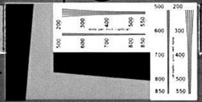
inches — 4 3 2 1 0

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 — centimeters

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11 (A)	12	13	14	15	16 (M)	17	18 (B)	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
L*	39.12	65.43	49.87	44.26	55.56	70.82	63.51	39.92	52.24	97.06	92.02	87.34	82.14	72.06	62.15	49.25	38.62	28.86	16.19	8.29	3.44	31.41	72.46	72.95	29.37	54.91	43.96	82.74	52.79	50.87
a*	13.24	18.11	-4.34	-13.80	9.82	-33.43	34.26	11.81	48.55	-0.40	-0.60	-0.75	-1.06	-1.19	-1.07	-0.18	-0.18	0.54	-0.05	-0.81	-0.23	20.98	-24.45	16.83	13.06	-38.91	52.00	3.45	50.88	-27.17
b*	15.07	18.72	-22.29	22.85	-24.49	-0.35	59.60	-46.07	18.51	1.13	0.23	0.21	0.43	0.28	0.19	0.01	-0.04	0.60	0.73	0.19	0.49	-19.43	55.93	66.80	-49.49	30.77	30.01	81.29	-12.72	-29.46
Density →										0.04	0.09	0.15	0.22	0.36	0.51	0.75	0.98	1.24	1.67	2.04	2.42									



D50 Illuminant, 2 degree observer

Golden Thread

Colors by Munsell Color Services Lab

Don Williams

LYPR

DELLA NVOVA GEOMETRIA DI FRANC. PATRICI LIBRI XV.

Nè quali con mirabile ordine, e con dimostrazioni à marauiglia più facili, e più forti delle vsate si vede che le Matematiche per via Regia, e più piana che dagli antichi fatto nō si è, si possono trattare.

AL SERENISSIMO CARLO EMANVELE DVCA DI SAVOIA &c.

NIL DIFFICI-

LE VOLENTI.

IN FERRARA,

Per Vittorio Baldini Stampator Ducale. 1587.

4033739

Axb 83

AL SERENISS. CARLO EMANVELE DVCA DI SAVOIA &c.

EVCLIDE Prencipe de gli antichi Geometri, dimandato da Tolomeo Lago, vno de capitani già d'Alessandro il Magno, e Re di Egitto, appo il quale egli viuea in grande onore; se nella Geometria ui fosse alcuna Regia uia? Rispose ch'ella nõ u'era. Fu la dimanda di quel Re, per mio parere accorta molto. Volẽdo egli sotto'ntendere, che ad huõ guerriere, qual egli era, e nello stabilimento del suo nuouo Regno, molto occupato, e da molti e graui affari distenuto, troppo malageuole era la uia, da quel grande huomo vsata in insegnare i suoi Geometrici Elementi: additando che piu grata gli sarebbe stata, se altra uia piu facile si trouasse. E fu gran cosa ch'Euclide, cosi ri-

spondesse, che niun'altra si credesse potersi piu ageuole ritrouare. Ma fu cosa maggiore, che diuolgatasi, per istoria e la dimanda, e la risposta, i Geometri grandi che uennero poi, non cercassero uia piu piana, a dimostrare le loro molte, e grandi, e quasi diuine inuenzioni, Ipsicle, Eratostene, Apollonio, Pappo, Erone, e Tolomeo & altri assai. E Proclo, che fu l'ultimo de grandi forte ammirando, e la raccolta fatta da Euclide de trouati de piu antichi, e l'ordine in ch'ei gli pose, e i modi del dimostrare, fa manifesto, ch'egli la medesima opinione hauesse che niuna Regia uia, ui fosse. In questa credenza stessa, perseuerarono gli vltimi Matematici Cusano, Campano, Monteregio, e Copernico e gli altri che dietro loro uēnero. La quale malageuole e pplessa uia ha cosi spauētato gli animi de gl'huomini, che a lettere si dāno, che pochissimi sono, à quali basti il cuore di porsi a questa sciēza, nobilissima per se, e gioueuolissima, e che tocca del sopraumano. Et è per la detta sola cagione da temere grandemente, ch'ella per l'auenire del tutto s'abbandoni. Con la perdita della quale grandissima perdita douerà aspettarsi che habbia a seguire, alle umane cose,

& alla

& alla uitá vtili, e necessarie. Alla qual ruina; grá de scudo fa al presente, la protezione che l'Al. V. Serenissima col proprio studio suo, che di essa ha preso, e col fauore, ch'ella ad huomini di essa scienziati tuttauia porge: e piu il fara s'ella mostrerà di fauorire, questa nuoua da me trouata ueramente Regia uia, da quel Re tanto bramata. La quale, inuitato dal grido vniuersale delle Eroiche virtu sue, mi m uouo a mãdarle e a dedicarle in libri XV. fin ad ora per me spiegata. E laquale, si come è del tutto nuoua, e da niuno antico ne moderno, che si sappia, nõ tẽtata: cosi è ageuole, e piana, e per l'ordine vniuersale, e per la catena delle particolari proposizioni, e per la facilità delle demostrazioni, e forza loro, inserteui le cagioni euidenti delle conclusioni, e per la copia delle nuoue contemplazioni, cosi ricca, ch'ogn'altra, rispetto a lei, pouera, anzi che nò habbia a restarsi. Per le quali sue condizioni, leuato lo spauento delle antiche difficoltà, egli è s'io non mi inganno, da sperare, che gli studiosi di qui innanzi, habbiano da impiegaruisi volontieri. E di tutto il frutto che ne prenderanno, habbia il mondo a restare obligato, alla memoria immortale dell'Altezza

Vo-

Vostra : poi che si grande, e si nobile fatica, non richiedea ad altro Prencipe essere dedicata ch'all'Alt. V. Serenissima, Principe non minore di quel Re, e Principe così amato e così caro a Filippo Re di spagna, Re di imperio maggiore, che non fu Alessandro il grande, Re di quel Re, e di lettere, e d'ogni valore non meno amatore, e premiatore di quei due Re, per cio in cotante istorie celebratissimi. Gradisca dunque l'A. V. questo dono, conforme all'altezza dell'animo suo, e delle Reali e Imperiali grandezze, & Eroiche virtù sue. Il quale se sentirò, che grato le sia stato, farò, che e di questo mettendolo a luce, à lei habbia il mondo, e la posterità tutta obligo immortale. e di quanto dietro a questo manca, a me aggiungera animo di condurre a fine a gloria sua. E fra tanto con molto affetto e riuerenza, le bacio la mano.

Di Ferrara alli X. Nouembre. M D LXXXVI.

D. V. A. Serenissima

Diuotissimo Seruitore

Francesco Patrici.

INDICE DE' LIBRI.

Del punto Lib. I. Pro. D. 19

Di due, o piu punti nello spazio riguardantisi Lib. II. P. D. 11.

Di due, o piu punti nello spazio non toccantisi Lib. III. P. D. 32

Della linea retta Lib. IIII. P. D. 25

Delle rette linee, non toccantisi, e rispetto hauentisi Lib. V. P. D. 8

Delle rette linee parallele Lib. VI. P. D. 8

Delle rette linee inclinate Lib. VII. 12

Delle rette linee diseparate Lib. VIII. 6

Delle rette linee toccantisi Lib. IX. 12

Dell'angolo rettilineo Lib. X. 22

Delle rette linee cadenti, e suttese Lib. XI. 14

Delle rette linee intersecantisi Lib. XII. 18

D'una retta linea, due rette linee parallele intersecante Lib. XIIJ. 16

D'una retta linea, due rette linee, inclinate intersecãte. Lib. XIV. 12

Dè triangoli Rettilinei Lib. XV. 23

NUOVA

GEOMETRIA DI FRANCESCO PATRICI.

DEL PUNTO LIB. I.

CHIUNQUE de gli antichi disse, del punto non essere Scienza, lunge fu dal vero; Perche se Scienza è quel sapere, che ò per diffinizione della essenza, ò per dimostrazione delle proprietà essenziali s'acquista, e per deduzione de gli effetti dalle lor cagioni, in tutti e tre i modi Scienza vi è del punto.

La prima delle tre maniere mostrò Euclide, quando disse.

Il punto é quello, che non ha parti. E parue à lui che bastasse di cosi diffinirlo, e supporlo. Ma noi per altra via procedendo; e questa stessa proprietà del non hauer parti, e altre assai, del punto dimostreremo. Supponendo prima, alcune cose, che ne' nostri libri dello spazio habbiamo dimostrato.

SVPPOSIZIONI.

I. Le Matematiche tutte, e principali, e subalterne, ne si astraggono dalle cose naturali, ne sono nella fantasia, ne nella Dianea, ma lo spazio è generale lor subietto.

II. La Geometria considera, il punto, la linea, l'angolo, la superficie, e il corpo. e questo è il lor ordine naturale.

III. Lo spazio è estensione, e la estensione è spazio.

IV. Ogni spazio è, ò minimo, ò massimo, o me-

ò medio, ouer mezano.

V. Ogni ſpazio è, ò lungo; ò lungo, e largo; ò lungo, largo, e profondo.

DIFFINIZIONI.

I. Jl minimo ſpazio é quello, di cui minore ſpazio non hà.

II. Jl maſsimo ſpazio é quello, di cui maggiore ſpazio non ha.

III. Jl medio ſpazio ê quello, di cui, e minore, e maggiore, e vguale ſpazio hà.

IV. Jl punto ê il minimo nello ſpazio.

V. La linea é ſpazio lungo, ouer lũghezza.

VI. L'angolo ê ſpazio lungo, e largo aperto

VII. La ſuperficie é ſpazio lungo e largo chiuſo.

VIII. Il corpo é ſpazio, lungo, largo, e profondo.

ASSIOMI.

I. Primo è quello, che precede ogn' altro nel ſuo ordine.

II. Tutto è quello, che ha parti.

III Ogni tutto in parti ſi diuide.

IV Ogni parte è minor del tutto.

V. Ogni quanto ſi può diuidere, ouero è diuiſibile.

VI. Ogni diuiſibile, in minori è diuiſibile.

PROPOSIZIONE. I.

Il punto, perche è minimo nello ſpazio, è anche nello ſpazio il primo.

DEMOSTRAZIONE.

Perche ſe il punto, che nello ſpazio è il mini mo, nello ſpazio non foſſe il primo, auanti al minimo, altro minore del minimo ſarebbe.

Ma del punto, che minimo è, non ha coſa minore.

Adunque il pũto, perche minimo è nello ſpazio, è anche nello ſpazio il primo.

PROPOS. II.

Il punto, perche nello ſpazio è il primo, è anche ſemplice.

DE-

DEMOSTR.

Perche se il punto non fosse semplice, saria composto di cose precedenti.

Ma dimostrato s'è per la precedente, che il punto è il primo.

Adunque il punto, perche è primo, è anche semplice.

PROPOS. III.

Il pũto, perche è sẽplice, è anche indiuisibile.

DEMOSTR.

Perche se il punto non fosse indiuisibile, saria diuisibile ne' suoi componenti; e perciò saria composto, e non semplice.

Ma dimostrato s'è, per la precedente, che il punto è semplice.

Adunque il punto, perche è semplice, è anche indiuisibile.

PROPOS. IV.

Il punto, perche è indiuisibile, nõ è tutto.

DEMOSTR.

Perche se il punto fosse tutto, nelle sue parti saria diuisibile.

Ma

Ma dimostrato s'é per la precedente, che il punto è indiuisibile.

Adunque il punto, perche è indiuisibile non è tutto.

PROPOS. V.

Il punto, perche nõ è tutto, non ha parti.

DEMOSTR.

Perche se il punto hauesse parti, sarebbe anche tutto.

Ma dimostrato si é per la precedente, che il punto non é tutto,

Adunque il punto, perche non é tutto non ha parti.

E così viene, non supposta, ma prouata la diffinizion del punto data, e supposta da Euclide.

PROPOS: VI.

Il punto perche non ha parti, non è partibile.

DEMOSTR.

Perche se il punto fosse partibile, haurebbe parti.

Ma

Ma dimoſtrato s'è per la precedente, che il punto non ha parti.

Adunque il punto, perche non ha parti non è partibile.

PROPOS. VII.

Il punto perche non è partibile, non è diuiſibile.

DEMOSTR.

Perche ſe il punto foſſe diuiſibile, ſarebbe anche partibile.

Ma dimoſtrato ſi è che il punto non è partibile.

Adunque il punto, perche non è partibile, nõ è ne anche diuiſibile.

PROPOS. VIII.

Il punto, perche non è diuiſibile, non è quanto.

DEMOSTR.

Perche ſe il punto foſſe quanto, ſaria anche diuiſibile.

Ma dimoſtrato ſi è, che il punto non è diuiſibile.

Adun-

Adunque il punto, perche non é diuisibile, non é quanto.

PROPOS. IX.

Il punto, perche quanto non è, non si fà minore.

DEMOSTR.

Perche, se il punto minore si facesse, sarebbe quanto.

Ma dimostrato s'é per la precedente, che il punto non ê quanto.

Adunque il punto, perche non é quanto, non si fa minore.

PROPOS. X.

Il punto, perche non si fa minore, ne anche si fà maggiore.

DEMOSTR.

Perche, se il punto maggiore si facesse, anche minore si farebbe.

Ma dimostrato si è per la precedente, che il punto non si fa minore.

Adunque il punto, perche minore uon si fa, ne anche si fà maggiore.

PRO-

PROPOS. XI.

Il punto, perche ne minore, ne maggiore si fa, ne anche si fa vguale.

DEMOSTR.

Perche, se il punto vguale si facesse, e minore, e maggiore si farebbe.

Ma dimostrato per le due precedẽti si é, che il punto ne minore, ne maggior si fa.

Adunque il punto, perche ne minore ne maggior si fa, ne anche si farà vguale.

PROPOS. XII.

Il punto, perche ne minore, ne maggiore, ne vguale si fa, non si potrà paragonar'à cosa, che minore, e maggiore, e vgual si possa fare.

DEMOSTR.

Perche se il punto, potesse paragonarsi à cosa, che minore e maggiore, e vgual potesse farsi, anch'egli ò minore, ò maggiore, ò vguale à quella diuerrebbe.

Ma dimostrato si é per le tre precedenti, che il punto, ne vguale, ne maggiore, ne

minore far si può.

Adunque il pũto, perche ne minore, ne maggiore, ne vguale si fa, non si potrà paragonar' à cosa, che minore, ò maggiore, ò vguale possa farsi.

PROPOS. XIII.

Il punto, perche non si può paragonar à cosa, che minore, e maggiore, e vguale possa farsi; non verrà in paragone ne di linea, ne di angolo, ne di superficie, ne di corpo.

DEMOSTR.

Perche, se il punto, con linea, o con angolo, o con superficie, o con corpo, venisse in paragone, verrebbe in paragon di cose, che minori, e maggiori, e vguali si posson fare.

Ma dimostrato s'é per la precedente, che il punto non può venir in paragon di cosa, che minore, e maggiore, e vguale possa farsi.

Adunque il punto, perche non si puo paragonare à cosa, che minore, ò maggiore, ò

vgua-

vguale possa farsi: non verrà in paragone, ne di linea, ne di angolo, ne di superficie, ne di corpo.

PROPOS. XIIII.

Il punto, perche ne con linea, ne con altra magnitudine seguente non vien in paragone, ne anche cõ loro è cõmesurabi (le

DEMOSTR.

Perche, se il punto, con linea, o con altra seguente magnitudine fosse commesurabile con loro anche verrebbe in paragone.

Ma dimostrato si è per la precedente, che il punto, ne con linea, ne con altra magnitudine seguente vien in paragone.

Adunque il punto, perche, ne con linea, ne con altra magnitudine seguẽte non vien in paragone, ne anche con loro è commesurabile.

PROPOS. XV.

Il punto, perche ne con linea, ne con altra magnitudine seguente, non è commesurabile, non puo essere lor misura.

DEMOSTR.

Perche, se il punto, potesse essere lor misura, verrebbe con loro ad esser cõmesurabile.

Ma dimostrato s'è per la antecedente, che con loro non è commesurabile.

Adunque il punto, perche, ne con linea, ne cõ altra magnitudine seguente, non si misura, non potrà essere lor misura.

PROPOS. XVI.

Il punto, perche nè di linea, nè d'altra magnitudine seguente, può essere misura, ne anche da loro può essere misurato.

DEMOSTR.

Perche, se il punto, potesse essere da linea, ò da altra magnitudine misurato, potrebbe anche essere lor misura.

Ma dimostrato per la precedente si è, che il punto non può essere lor misura.

Adunque il punto, perche, ne di linea, ne di altra magnitudine seguente non può essere misura, ne anche può da loro essere misurato.

RI-

RISOLVZIONE VERSO I PRINCIPII.

Il punto, non è d'alcuna magnitudine misurato.

E ciò, perche di niuna magnitudine è misura.

E ciò, perche con niuna magnitudine è commesurabile.

E ciò, perche con niuna magnitudine viene in paragone.

E ciò, perche con niuna cosa, che si possa far vguale, si paragona.

E ciò, perche à lei non si può far vguale.

E ciò, perche non si può far maggiore.

E ciò, perche non si può far minore.

E ciò, perche non è quanto.

E ciò, perche non è diuisibile.

E ciò, perche non è partibile.

E ciò, perche non ha parti.

E ciò, perche non è tutto.

E ciò, perche è indiuisibile.

E ciò, perche è semplice.

E ciò

E ciò, perche è primo nello ſpazio.
E ciò, perche è minimo nello ſpazio.
Il che fu la diffinizione dell'eſſenza ſua.

E queſte tante ſono le dimoſtrazioni delle proprietà, ò paſsioni del punto in quanto nella ſua diffinizione ſi diſſe, ch'egli é Minimo.

Seguono quelle, che gli conuengono, in quanto nella ſua diffinizion ſi diſſe ch'egli era Nello Spazio.

PROPOS. XVII.

Il punto, perche è nello ſpazio, ha ſito.

DEMOSTR.

Perche, ſe il punto ſito non haueſſe, in iſpazio non ſarebbe.

Ma nella diffinizione della ſua eſſenza detto fu, ch'egli nello ſpazio è.

Adunque il punto, perche nello spazio è, ha ſito.

PROPOS. XVII.

Il punto, perche ſito hà, anche ha poſizione, o poſitura nello ſpazio.

DE-

DEMOSTR.

Perche, ſe il punto poſitura non haueſſe, ne anche ſito non haurebbe.

Ma dimoſtrato ſi é per la precedente, che il punto ha ſito.

Adunque il punto, perche, ſito ha, anche ha poſitura.

PROPOS. XIX.

Il punto, perche poſitura ha, haurà anche riguardo ad altri vno, o piu, e punti, e linee, ed angoli, e ſuperficie, e corpi, che che nello ſpazio ſono.

DEMOSTR.

Perche, ſe il punto, ad vno, ò piu altri punti o linee, o angoli, o ſuperficie, o corpi riguardo nõ haueſſe, poſitura nello ſpazio non haurebbe.

Ma per l'antecedente dimoſtrato ſi è, che il punto nello spazio ha poſitura.

Adunque il punto, perche nello ſpazio ha poſitura, riguardo haura ad uno, o piu altri punti, o linee, o angoli, o ſuperficie, o corpi, che nello ſpazio ſono.

RISOLVZIONE.

Il punto, riguardo ha, ad vno, ò piu altri punti, ò linee, ò angoli, ò ſuperficie, ò corpi, che nello ſpazio ſono.

Perche nello ſpazio ha poſitura.

E ciò, perche nello ſpazio ha ſito.

E ciò, perche nello ſpazio è.

Il che fu parte della diffinizione della eſſenza ſua.

Adunque del punto vi è ſcienza, non pure per via di diffinizione, ma anche per deduzione de gli effetti dalle cagioni, e per ciò per potiſsime demoſtrazioni, breui, e con ordine concatenate, coſi per metodo compoſitiua, come per riſolutiua. Ed ha il primo grado tra le ſcienze di certezza, non ſolo per la materia ſoggetta, che lo ſpazio inuariabile è, ma anche per virtù delle demoſtrazioni.

Il che, per quanto dalle memorie appare, fu da gli antichi Matematici del tutto ignorato, ò per impoſsibile tenuto, poiche

Proclo

Proclo che fu l'ultimo de grandi. E tutti gliantepassati; in che, di niuna delle proposizioni da noi dette fa mentione. e non poche cose niega; la scieinza del punto, la necessità delle demostrazioni sempre dalle cagioni, e la catena lor continuata. Le quali noi in tutti i seguenti libri osserueremo.

IL FINE.

NVOVA

GEOMETRIA DI FRANCESCO PATRICI.

Di due, ò più punti, nello ſpazio riguardantiſi.

LIBRO II.

PERCHE dimoſtrato s'è che un punto può hauer riguardo ad vno, e più altri punti nello ſpatio poſti, è neceſſario che tra loro, o ſi tocchino, o non ſi tocchino.

Diciam prima di due o piu altri punti toccantiſi tra loro.

PRO-

PROPOSITIONE I.

Due o piu pũti nello ſpazio poſti, toccantiſi tra loro, ſpazio non occupano.

DEMOSTR.

Perche ſe ſpazio occupaſſero, minimi non ſarebbono, ma quanto

Ma, e per la definizion del punto, il punto é minimo, e dimoſtrato ſi é, che non è quanto.

Adunque due, ò piu punti nello ſpazio poſti, toccantiſi tra loro, ſpazio non occupano.

PROPOS. II.

Due, o piu punti nello ſpazio poſti, e toccantiſi tra loro, perche ſpazio non occupano, maggiore ſpazio di vn pũto ſolo non occuperanno.

DEMOSTR.

Perche ſe maggiore ſpazio di un punto ſolo occupaſſero, ciaſcun da loro ſpazio occuperebbe.

Ma dimoſtrato s'è per la precedente che ſpazio non occupano.

Adunque due, o piu pũti nello ſpazio poſti, toccantiſi tra loro, perche ſpazio nõ occupano, maggiore ſpazio d'vn punto ſolo, non occuperanno.

CORELLARIO.

E la medeſima demoſtratione ſi farà ſopra quanti ſi voglia punti, ſe ben foſſero infiniti.

PROPOS. III.

Due, o piu punti toccantiſi tra loro, perche maggiore ſpazio di un punto ſolo non occupano, ſu lo ſpazio non ſi eſtendono.

DEMOSTR.

Perche ſe ſu lo ſpazio ſi eſtẽdeſſero, maggior ſpazio di vn punto ſolo, occuparebbono.

Ma dimoſtrato per la precedente, s'é, che maggiore ſpazio di vn punto ſolo non occupano.

Adunque due, ò piu punti, perche maggiore ſpazio di vn punto ſolo non occupano, ſu lo ſpazio non ſi eſtendono.

PROPOS. IV.

Due, o piu punti toccātisi, perche su lo spazio non si estēdono, magnitudine non acquistano.

DEMOSTR.

Perche se magnitudine acquistassero, su lo spazio si estenderebbono.

Ma dimostrato per l'antecedente, s'é, che su lo spazio non s'estendono,

Adunque due, o più pũti toccātisi, perche su lo spazio non si estendono, magnitudine non acquistano.

PROPOS. V.

Due, o piu punti toccantisi, perche magnitudine non acquistano, magnitudine di se non creano.

DEMOSTR.

Perche se magnitudine di se creassero, magnitudine haurebbono acquistata.

Ma la precedente ha dimostrato, che magnitudine non acquistano.

Adunque due, o piu punti toccantisi, perche

magni-

magnitudine non acquiſtano, magnitudine di ſe non creano,

PROPOS. VI.

Due, o piu punti toccãtiſi, perche magnitudine di ſe non creano, ſpatio lungo, o lunghezza di ſe non fanno.

DEMOSTR.

Perche ſe lunghezza di ſe faceſſero, magnitudine di ſe hauerebbono creata.

Ma per la precedente dimoſtro s'è, che magnitudine di ſe non creano.

Adunque due, o piu punti, toccantiſi perche magnitudine di ſe non creano, lunghezza di ſe non fanno.

PROPOS. VII.

Due, o piu punti toccãtiſi, perche lunghezza di ſe nõ fanno, linea di ſe non fanno.

DEMOSTR.

Perche ſe linea di ſe faceßero, lunghezza di ſe farebbono.

Ma dimoſtrato per la proſsima s'é, che lunghezza di ſe non fanno.

Adun-

Adunque due, o piu punti toccantisi, perche lunghezza di se non fanno, linea di se non fanno.

E cosi si è dimostro, che la linea di punti nō è cōposta; per altra uia da quella de gli antichi. PROPOS. VIII

Due, o piu punti, perche di se linea non fanno, larghezza di se non producono.

DEMOSTR.

Perche se larghezza di se producessero, linea hauerebbono prodotta. perche ogni larghezza o da vna linea, o fra due, o fra tre è compresa.

Ma dimostrato ha l'antecedente, che linea di se non fanno.

Adunque due, o piu punti toccantisi, perche linea di se non fanno, larghezza di se non producono.

PROPOS. IX.

Due, o piu punti toccantisi, perche, lunghezza di se non fanno, angolo di se non producono.

DE-

DEMOSTR.

Perche se angolo di se producessero, larghezza produrebbono.

Ma dimostrato s'è per l'antecedẽte che larghezza di se non producono.

Adunque due punti toccantisi, per che larghezza di se non producono, angolo di se non producono.

PROPOS. X.

Due, ò piu punti toccantisi, perche ne larghezza, ne angolo di se non producono, superficie di se non formano.

DEMOSTR.

Perche se superficie di se formassero, ed angolo e larghezza di se produrrebbono

Ma dimostrato per le due precedenti s'é, che ne larghezza, ne angolo di se producono.

Adunque due, o piu punti toccãtisi, perche ne larghezza ne angolo di se non producono, superficie di se non formano.

PRO-

PROPOS. XI.

Due, o piu punti toccantisi, perche superficie di se non formano, corpo di se non producono.

DEMOSTR.

Perche se corpo di se producessero, anche superficie haurebbono formata.

Ma dimostrato per la precedente si é, che superficie di se non formano,

Adũque due, o piu pũti perche superficie di se non formano corpo di se nõ producono.

RISOLVZIONE

Due o piu punti toccantisi, corpo di se non producono.

E cio perche, superficie di se nõ formano.

E cio perche angolo di se non fanno.

E cio, perche larghezza di se non creano.

E cio perche linea di se non fanno.

E cio perche lunghezza di se non producono.

E cio perche magnitudine di se nõ creano

E cio pche magnitudine nõ acquistano.

E cio perche ſu lo ſpazio non ſi eſtēdono.

E cio perche maggiore ſpazio di vn punto ſolo non occupano.

E cio perche ſpazio non occupano.

E cio perche ciaſcuno punto è minimo, e non quanto.

IL FINE.

NVOVA

GEOMETRIA DI FRANCESCO PATRICI.

Della Linea in genere. LIBRO III.

FV alcuno de gli antichi geometri il quale disse, della linea nõ esserui ſcienza. In che molto ſi dilungò dal uero. e ciò apparirà per le ſeguenti da noi fatte contemplationi, e loro ordinate, e facili demoſtrationi.

Detto s'è di due, e piu altri punti nello ſpazio toccantiſi: Dicaſi ora di due punti, nello ſpazio poſti, e non toccantiſi.

PROPOS. I.

Due punti nello ſpatio poſti, e non toccantiſi, ſpazio fra lor comprendono, ſi che ſpazio dall'vno all'altro ſia.

DEMOSTR.

Perche ſe ſpazio fra lor non comprendeſſero, ſi che ſpazio dall'vno all'altro non foſſe, eſsi ſi toccherebbono.

Ma per lo ſuppoſto, e' non hanno a toccarſi:

Adunque due punti nello ſpazio poſti, perche non ſi toccano, ſpazio fra loro comprẽdono, ſi che ſpazio dall'vn' all'altro ſia

PROPOS. II.

Due punti nello ſpatio poſti, non toccantiſi perche ſpazio fra lor comprendono, quello ſpazio non ſarà punto.

DEMOSTR.

Perehe ſe punto foſſe, ſpazio non ſarebbe

Ma dimoſtrato per la precedente ſi è che, ſpatio è, fra que' due punti.

Adunque due punti nello ſpatio poſti e non toccantiſi, perche ſpatio fra lor compren

dono,

dono, quello ſpazio non ſara punto.

PROPOS. III.

Due punti nello ſpatio poſti e non toccantiſi, per che lo ſpazio fra lor compreſo non è punto, minimo. e maſsimo, e medio ſpazio puo eſſere.

DEMOSTR.

Perche ſe minimo, e maſsimo, e medio ſpazio non foſſe, niuno ſpazio ſarebbe.

Ma dimoſtrato s'é per la prima, che ſpazio è.

Adunque due punti, nello ſpazio poſti, e non toccantiſi, perche lo ſpazio fra lor compreſo non é punto, minimo, e maſſimo, e medio ſpazio puo eſſere.

E ſia prima minimo.

PROPOS. IV.

Due punti nello ſpazio poſti e non toccantiſi, perche lo ſpazio fra lor compreſo puo eſſere ſpazio minimo, quello ſpazio ſara il primo.

DE-

DEMOSTR.

Perche se il minimo spazio non fosse il primo, altro spazio minore auanti a lui sarebbe.

Ma per la prima deffinizione, spazio minor del minimo non puo essere.

Adunque due punti nello spazio posti, e non toccantisi, perche lo spazio fra lor compreso puo essere spazio minimo, quello spazio sara il primo.

PROPOS. V.

Due punti nello spazio posti, e non toccantisi, perche minimo, e primo spazio comprender possono; quello spazio sara semplice.

DEMOSTR.

Perche se semplice non fosse, primo spazio non sarebbe, e d'altri precedenti e minori saria composto.

Ma dimostrato per la precedente s'é, ch'egli è il primo, e minimo, e auanti al primo altro non ha. e del minimo, minor non ha.

Adun-

Adunque due punti nello ſpaio poſti, e non toccantiſi, perche minimo e primo ſpazio comprender poſſono, quello ſpazio ſarà ſemplice.

PROP. VI.

Due punti, nello ſpazio poſti e non toccantiſi, perche ſemplice ſpazio comprender poſſono, quello ſpazio di parti non ſarà compoſto

DEMOSTR.

Perche ſe di parti, compoſto foſſe, ſemplice non ſarebbe.

Ma dimoſtrato per la precedente ſi è, ch'egli e ſemplice.

Adunque due punti nello ſpazio poſti e non toccantiſi, perche ſemplice ſpazio poſſono comprendere quello ſpazio di parti non ſarà compoſto.

PROPOS. VII.

Due punt inello ſpazio poſti, e non toccantiſi perche ſpazio poſſono comprendere, che di parti non ſia compoſto, quel lo ſpazio non haurà parti.

DE-

DEMOSTR.

Perche ſe quello ſpazio parti haueſſe, di parti ſaria compoſto.

Ma dimoſtrato s'é per la precedente ch'ei di parti non è compoſto.

Adũque due punti nello ſpazio poſti e non toccantiſi, perche ſpazio poſſono comprendere, che di parti non ſia compoſto, quello ſpazio non haurà parti.

PROPOS. VIII.

Due punti nello ſpazio poſti, e non toccantiſi, perche ſpazio poſſono comprendere, che non habbia parti, quello ſpazio non ſarà, partibibile.

DEMOSTR.

Perche s'egli partibile foſſe, parti haurebbe.

Ma dimoſtrato ſi è per la proſsima, ch'ei non ha parti.

Adunque due punti nello ſpazio poſti e, non toccantiſi, perche, ſpazio poſſono comprendere che non habbia parti, quello ſpazio non ſara partibile.

PRO-

PROPOS. IX.

Due punti nello ſpazio poſti, e non toccantiſi, perche ſpazio poſſono comprẽdere, che non ſia partibile quello ſpazio, non sarà diuiſibile.

DEMOSTR.

Perche ſe quello ſpazio foſſe diuiſibile, ſarebbe anche partibile.

Ma dimoſtrato s'è per l'antecedente ch'ei non è partibile.

Adunque due punti, nello ſpazio poſti, e non toccantiſi, perche ſpazio poſſono comprendere, che non ſia partibile quello ſpazio non ſara diuiſibile.

E per conſeguente contrario ſarà indiuiſibile.

PROPOS. X.

Due punti nello ſpazio poſti, e non toccantiſi, perche ſpazio poſſono comprẽndere, indiuiſibile, non diuiſibile, non partibile, non hauẽte parti, non di parti composto, ſemplice e primo,

quello ſpazio ſarà lungo.

DEMOSTR.

Perche ſe quello ſpazio non foſſe lungo, ſpazio primo non ſarebbe, per che per la quarta ſuppoſitione il primo ſpazio è il lungo.

Ma dimoſtrato ſi é, per la quarta, ch'egli è ſpazio primo.

Adunque due punti, nello ſpazio poſti e non toccantiſi, perche primo ſpazio poſſono comprendere, quello ſpazio ſara lungo.

PROPOS. XI.

Due, punti nello ſpazio poſti, e non toccantiſi, perche il primo, e lungo ſpazio poſſono comprendere, quello ſpazio ſarà linea.

DEMOSTR.

Perche ſe quello ſpazio linea non foſſe, ne lungo, ne primo ſpazio ſarebbe.

Ma dimoſtrato s'è per l'antecedente che e primo, e lungo ſpazio é,

Adun-

Adunque due, punti nello ſpazio poſti, e non toccantiſi, perche primo e lungo ſpazio poſſono comprendere, quello ſpazio ſara linea.

PROPOS. XII.

Due punti, nello ſpazio poſti, e non toccantiſi, perche linea, e lungo, e primo, e minimo ſpazio poſſono comprendere, quello ſpazio, ſarà linea minima.

DEMOSTR.

Perche ſe linea minima non foſſe, ne primo ne minimo ſpazio ſarebbe.

Ma dimoſtrato s'è per le precedenti che e primo e minimo ſpazio è.

Adunque due punti nello ſpazio poſti e non toccantiſi, perche linea, e lungo, e primo e minimo ſpazio poſſono comprendere, quello ſpazio ſarà linea minima.

PROPOS. XIII.

La linea compreſa da due punti non toccantiſi, perche minima puo eſſere, ſara, e prima, e ſemplice, e di parti non

cõposta e senza parti, e non partibile, sara anche non diuisibile.

DEMOSTR.

Perche se diuisibile fosse, e partibile sarebbe, e hauẽte parti, e di parti cõposta, e non semplice, e non prima, e non minima.

Ma dimostrato s'è, nello spazio minimo il che la linea minima é ch'ella minima essendo, e prima é, e semplice, e di parti non composta, e senza parti, e non partibile e non diuisibile.

Adunque la linea compresa da due punti non toccantisi perche minima puo essere, sara é prima, e semplice, e di parti non composta, e senza parti, e non partibile, e non diuisibile.

PROPOS. XIIII.

La linea minima, perche non è diuisibile, non sara diuisibile in infinito.

DEMOSTR.

Perche se la minima linea fosse diuisibile in infinito, ella sarebbe diuisibile

Ma

Ma dimostrato per la precedente, s'è ch'ella non è diuisibile.

Adunque la linea minima perche non è diuisibile, non sara diuisibile in infinito.

PROPOS. XV.

La linea minima, perche non è diuisibile in infinito, anche la media linea non sara diuisibile in infinito.

DEMOSTR.

Perche se la media linea fosse diuisibile in infinito. anche la minima saria diuisibile in infinito. Perche la media diuidendosi la diuisione per necessità uiene a dare nella minima.

Ma dimostrato si è per le precedenti che la minima linea, non è pur diuisibile, non che diuisibile in infinito.

Adunque perche la linea minima non e diuisibile in infinito ne anche la media linea non é diuisibile in infinito.

PROPOS. XVI.

La linea minima e media, perche non so-

no diuisibili in infinito, ne anche la masſima, non è diuisibile in infinito.

DEMOSTR.

Perche ſe la maſsima linea foſſe diuiſibile in infinito, e la media, e la minima nelle quali di neceſsita la diuiſione della maſsima uiene a dare, ſarebbono diuiſibili i n infinito,

Ma dimoſtrato per le due precedenti s'é, che ne la media, ne la minima linea non ſono diuiſibili in infinito.

Adunque perche ne la minima, ne la media linea non ſono diuiſibili in infinito, ne anche la maſsima linea non é diuiſibile in infinito.

PROPOS. XVII.

La linea minima, e media, e maſsima perche nõ ſono diuiſibili in infinito niuna linea non ſara diuiſibile in infinito.

DEMOSTR.

Perche ſe ogni, o alcuna linea foſſe diuiſibile in infinito o tutte e tre le ſudette, o alcu

na

na, sarebbe diuisibile in infinito.

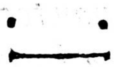
Ma dimostrato s'è, per le tre precedenti che nè tutte e tre, ne alcuna, non è diuisibile in infinito.

Adũque niuna linea è diuisibile in infinito.

Adunque falso fu l'antico dogma dicente, Che ogni linea fusse diuisibile in infinito. Anzi il contrario dogma nostro, è uero, che niuna linea e diuisibile in infinito. Per lo quale cesseranno, e nell'astratta contemplatione, e nella concreta operatione, tutti gli assurdi, e gli impossibili, ch'all'antico dogma, conseguiano.

Ma ritornando a' due punti nello spazio posti, e non toccantisi, e spazio fra loro cõprendenti, e linea formanti, diciamo proseguendo.

PROPOS. XVIII.



Due pũti, nello spazio posti, e non toccãtisi, perche lo spazio tra loro compreso e linea da ambi i lati la linea toccano.

DE-

DEMOSTR.

Perche ſe da ambi i lati la linea non toccaſſero, ed eſſa linea, & altro ſpazio tra lor comprenderebbono. . —— .

Ma dimoſtrato sì é, che la linea comprendono.

Adunque due punti nello ſpazio poſti e nõ toccantiſi, perche lo ſpazio tra lor compreſo è linea, d'ambi i lati la linea toccano.

PROPOS. XIX.

Due punti nello ſpazio non toccantiſi, perche da ambi i lati la linea toccano, diuengono ſuoi eſtremi. ⊢——⊣

DEMOSTR.

Perche ſe ſuoi eſtremi non diueniſſero, da ambi i lati non la toccherebbono.

Ma dimoſtrato per la precedente ſi è, che da ambi i lati la linea toccano.

Adunque due punti nello ſpazio non toccantiſi, perche da ambi i lati la linea toccano diuengono ſuoi eſtremi.

E così viene prouato, e non come da Euclide supposto, che gli estremi di una linea, sieno due punti.

PROPOS. XX.

Due punti nello spatio nõ toccantisi, perche da ambi i lati diuengono gli estremi della linea, da ambi i lati diuengono suoi termini.

DEMOSTR.

Perche se suoi termini non diuenissero, suoi estremi non sarebbono diuenuti.

Ma dimostrato si è per la precedente, che suoi estremi sono diuenuti.

Adunque due punti nello spazio non toccantisi; perche sono gli estremi della linea, sono anche suoi termini.

PROPOS. XXI.

Due punti nello spazio nõ toccãtisi, perche da ambi i lati sono della linea termini, fanno la linea terminata.

DEMOSTR.

Perche se terminata non la facessero, essi

ſuoi termini non ſarebbono.

Ma dimoſtrato per la precedente s'é, ch'eſſi ſono ſuoi termini.

Adunque due punti nello ſpazio non toccantiſi, perche da ambi i lati ſono della linea termini, fanno la linea terminata.

PROPOS. XXII.

Due punti nello ſpazio nõ toccantiſi, perche fanno la linea da ambi i lati terminata, la fanno anche finita, e non infinita.

DEMOSTR.

Perche ſe infinita, e nõ infinita la faceſſero ella non ſarebbe terminata.

Ma dimoſtrato ſi é per la proſſima, che ella é terminata.

Adunque due punti nello ſpazio non toccantiſi, perche fanno la linea terminata, la fanno anche finita, e non infinita.

PROPOS. XXIII.

La linea, perche due punti eſtremi da

ambi i lati la fanno finita, e non infi-

infinita, da ambi i lati ella ſi puo

allungare.

DEMOSTR.

Perche ſe ella da ambi i lati allungar non ſi poteſſe, ella infinita ſarebbe, e nõ finita

Ma dimoſtrato per la precedente s'è, ch'ella infinita non é, ma finita.

Adunque la linea, perche due punti eſtremi da ambi i lati la fanno finita, e non infinita, ella da ambi i lati ſi può allungare.

PROPOS. XXIV.

La linea perche da ambi i lati ſi puo allungare, ella ſi puo ſempre allungare.

DEMOSTR.

Perche s'ella non ſi poteſſe ſempre allungare, ella allungar non ſi potrebbe.

Ma dimoſtrato s'é per la precedente, ch'ella ſi puo allungare.

Adunque la linea perche da ambi i lati ſi puo allungare, ella ſempre ſi puo allungare.

PROPOS. XXV.

La linea, perche da ambi i lati sempre si puo allungare, ella si potra allungare in infinito,

DEMOSTR.

Perche se in infinito allungar non si potesse, non si potrebbe sempre allungare.

Ma dimostrato per la precedente s'è, che ella si puo sempre allungare.

Adunque la linea, perche si puo sempre allungare, ella si puo allungar in infinito.

E cosi uien prouato, cio che Euclide, & altri hanno dimandato, che lor fosse conceduto.

PROPOS. XXVI.

La linea, perche si puo allungare; la minima linea che linea è si potra anch'ella allungare.

DEMOSTR.

Perche se la minima linea, allungar non si potesse, la linea allungar non si potrebbe

Ma dimostrato per le precedenti s'è, che la

linea

linea si può allungare.

Adunque perche la linea si puo allungare, la minima linea, perche linea è, si può allungare.

PROPOS. XXVII.

La linea minima perche si puo allungare, —— linea media puo diuentare.

DEMOSTR.

Perche se linea media non potesse la minima diuentare; ella non si potrebbe allungare.

Ma dimostrato si è per la precedēte, che la minima linea si puo allungare.

Adunque la linea minima perche ella si puo allungare, linea media puo diuentare. cio è quella linea, che e maggiore e minore linea puo hauere.

PROPOS. XXVIII.

La linea minima, perche media puo diuē-tare, non piu minima si rimane, ma maggiore di se, diuiene.

DE-

DEMOSTR.

Perche se maggiore di se non diuenisse, minima saria rimasa, e media non sarebbe diuenuta.

Ma dimostrato per la precedente si è, ch'el la media diuiene.

Adunque la linea minima, perche media puo diuentare, non piu minima si rimane, ma maggiore di se diuiene.

PROPOS. XXIX.

La linea minima, perche maggior di se puo diuenire, puo anche diuenire ad una media vguale.

DEMOSTR.

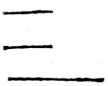
Perche se ad una media uguale diuenire non potesse, ne anche maggiore di se diuenir potrebbe.

Ma dimostrato per la precedente si è, che maggiore di se puo diuenire.

Adunque la minima linea, perche maggiore di se puo diuenire, potrà anche ad una media diuenir uguale.

PRO-

PROPOS. XXX.



La linea minima perche ad una media linea puo diuenir uguale, potra anche d'una uguale diuenir maggiore.

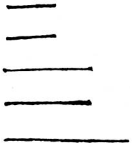
DEMOSTR.

Perche se d'una uguale diuenir maggiore non potesse, ne anco uguale a lei diuenir potrebbe.

Ma dimostrato per la precedente si è, che ad una media puo diuenir uguale

Adunque la minima linea, perche ad una media linea puo diuenir uguale potrà anche d'una uguale diuenir maggiore.

PROPOS. XXXI.



La linea minima, perche d'una media uguale, puo diuenir maggiore, potra anche d'una media maggiore diuenire e uguale, e maggiore.

DEMOSTR.

Perche se d'una media maggiore non po-

tesse

tesse diuenir, e uguale, e maggiore, non potrebbe ne anche d'una media vguale, diuenir maggiore.

Ma dimostratoper la precedente s'è, che di una mediavguale puo diuenir maggiore.

Adunque la linea minima, perche d'una media vguale puo diuenir maggiore, potra anche d'una maggiore diuenire e vguale, e maggiore.

PROPOS. XXXII.

La linea minima, perche d'una media maggiore, puo diuenir e uguale e maggiore, puo anche sempre crescere fin che diuenti massima.

DEMOSTR.

Perche se non potesse sempre crescere fin che diuentasse massima, ne anche ad una maggiore potrebbe diuenir, ne uguale ne maggiore.

Ma dimostrato per la precedente s'è che d'una media maggiore puo diuenire, e ugua-

e vguale e maggiore.

Adunque la minima linea, perche ad una media maggiore puo diuenir, e uguale, e maggiore, potra sempre crescere fin che diuenti massima.

RISOLVZIONE
DELLE PRIME XVII. PROPOSITIONI

Niuna linea è diuisibile in infinito.

E cio perche massima non è diuisibile in infinito.

E cio perche la media, non è diuisibile in in finito.

E cio perche la minima non è diuisibile in infinito.

E cio perche ella non è diuisibile.

E cio perche ella non è partibile.

E cio perche è senza parti.

E cio perche di parti non è composta.

E cio perche e semplice.

E cio perche e prima.

E cio perche è minima,

RISOLVZIONE DELLE SECONDE XVI. PROPOSIZIONI.

La linea minima puo sẽpre diuenir maggiore.

E cio perche puo diuenire masſima.

E cio perche d'una media maggiore puo diuenir, e uguale, e maggiore.

E cio perche d'una media vguale puo diuenir maggiore.

E cio perche ad una media puo diuenir uguale.

E cio perche maggior di ſe puo diuenire.

E cio perche media puo diuenire.

E cio perche ſi puo allungare.

E cio perche la linea ſi puo allungare.

E cio perche la linea ſi puo allungare in infinito.

E cio perche ella ſempre ſi puo allũgare.

E cio perche da ambi i lati, ella ſi puo allungare.

E cio perche due punti eſtremi, da ambi

i lati

i lati la fan finita,

E cio perche, ambi i lati la fanno terminata.

E cio perche da ambi i lati le ſono termini.

E cio perche diuengono ſuoi eſtremj.

E cio perche da ambi i lati la toccano.

E cio perche tra loro ſpazio comprendono, che linea è.

E ciò perche eſsi non ſi toccano.

IL FINE.

NVOVA

GEOMETRIA DI FRANCESCO PATRICI.

Della Linea retta.

LIBRO IIII.

SI è fin hora dimostrato, che cõtra il dogma de gli antichi, si puo della linea in generale, hauere scienza. e ora si seguirà a dimostrare ch'ella si puo anco hauere in spezie della linea retta. Alla quale, tutte le proprietà nell'antecedente libro dimostrate, come a spezie di quel genere, s'acconuengono.

Gli antichi dissero, linea retta essere quella,

la, cheegualmente giace tra suoi pūti. & ancora dissero altrimēti

Linea retta essere quella, che tra due punti é breuissima.

Ilche noi confermando, di piu diciamo.

Linea retta essere quella, che tra due punti sol uno spazio prende. Et uno spazio é quello, che niuna larghezza prende.

Linea curua è quella che tra gli stessi due punti non uno spazio, ma anco larghezza prende, col suo giro.

PROPOS. I.

La linea retta, perche fra due punti sol uno spazio prende, ella è breuissima fra loro.

DEMOSTR.

Perche se fra loro breuissima non fosse, non uno solo spazio, ma anche larghezza col suo giro prenderebbe.

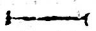
Ma per la nostra diffinizione, ella solo uno spazio prende.

Adun-

Adunque la linea retta, perche fra due punti sol uno spazio prende, fra loro el la è breuissima.

PROPOS. II.

La linea retta, perche fra due punti è breuissima, ella fra quei due punti, egualmente giace.



DEMOSTR.

Perche se fra i due punti ella egualmente non giacesse, ella breuissima non sarebbe, ne sol uno spazio prenderebbe.

Ma dimostrato, per la precedente, e per la deffinizione s'é, ch'ella uno sol spazio prende, ed é fra due punti breuissima.

Adunque la linea retta, perche fra due pũti è breuissima, fra quei dur punti egual mente giace.

E cosi le due deffinizioni della retta linea poste, e supposte da gli antichi uẽgono ad essere demostrate.

PROPOS. III.

La linea retta, perche fra due punti egual men-

mente giace tutta fra quei punti egual mente giace.

DEMOSTR.

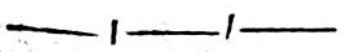
Perche ſe tutta fra quei due punti egualmente non giaceſſe, ella ne retta ſarebbe ne fra due punti egualmēte giacerebbe.

Ma dimoſtrato per la precedente sì è, ch'ella egualmente fra due punti giace, e per lo ſuppoſto é retta.

Adunque la linea retta, perche fra due pūti egualmente giace, tutta tra quei punti egualmenie giace.

PROPOS. IIII.

La linea retta, perche tutta fra due punti



giace, ciaſcuna parte ſua fra gli ſteſsi due punti egualmente giace.

DEMOSTR.

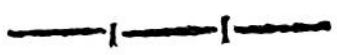
Perche ſe ciaſcuna parte ſua fra gli ſteſsi due punti egualmente non giaceſſe, ne anche la tutta fra quei due punti non giacerebbe.

Ma dimoſtrato per la precedente s'è, che la

tutta fra due punti egualmente giace.
Adunque la linea retta, perche tutta fra due punti egualmente giace ciaſcuna parte ſua fra gli ſteſsi due punti giacerà egualmente.

PROPOS. V.

La linea retta, perche ciaſcuna parte ſua fra gli ſteſsi due punti con la tutta egualmēte giace, ciaſcuna delle dette parti, fra i ſuoi propri due pūti giacerà egualmente.



DEMOSTR.

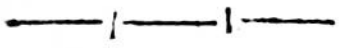
Perche ſe ciaſcuna delle dette parti fra i ſuoi propri due punti non giaceſſe, ne anche ciaſcuna parte egualmente giacerebbe fra gli ſteſsi due punti della tutta.
Ma dimoſtrato per la precedente sìè che ciaſcuna parte, egualmente giace fra gli ſteſsi due punti della tutta.
Adunque ciaſcuna delle parti della retta linea, perche fra gli ſteſsi due punti del-

la tut-

la tutta egualmente giace, ciaſcuna anche fra ſuoi propri due punti, giacera egualmente.

PROPOS. VI.

Della retta linea, perche ciaſcuna parte, egualmente giace, e fra ſuoi propri due punti, e fra gli steſsi due punti della tutta, ciaſcuna parte della retta linea, ſarà retta linea.



DEMOSTR.

Perche ſe ciaſcuna parte della retta linea, retta linea non foſſe, ne fra i propri ſuoi due punti, ne gli ſteſsi della tutta, egualmente giacerebbono.

Ma dimoſtrato per le precedēti ſi è, che ciaſcuna parte, e fra gli ſuoi propri due punti, e fra gli ſteſsi della tutta, giacciono ugualmente.

Adunque ciaſcuna parte della tutta linea retta ꝑche e fra i ſuoi propri due punti, e fra gli ſteſsi due punti della tutta giace egūalmente, ſarà retta linea.

PROPOS. VII.

La linea retta, perche ha ciascuna parte sua linea retta; essa tutta sarà a se stessa simile.

DEMOSTR.

Perche se tutta la retta linea, a se stessa non fosse simile, le parti sue, rette linee non sarebbono.

Ma per la precedente dimostrato s'è, che tutte le parti della retta, linee rette sono.

Adunque la retta linea tutta, perche ha ciascuna parte sua linea retta, tutta essa é a se stessa simile

PROPOS. VIII.

La linea retta, perche tutta è a se stessa simile, ha ciascuna parte sua a se stessa simile.

DEMOSTR.

Perche se ciascuna parte alla tutta non fosse simile, ne anche essa tutta sarebbe a se stessa simile.

Ma dimostrato per la precedente s'è che la

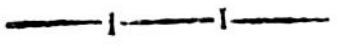
tutta

tutta è a ſe ſteſſa ſimile.

Adunque la linea retta, perche tutta è a ſe ſteſſa ſimile, ha ciaſcuna parte, alla tutta ſimile.

PROPOS. IX.

La linea retta, perche ha ciaſcuna ſua parte alla tutta ſimile, hauera tutte



le parti tra lor ſimili.

DEMOSTR.

Perche ſe tutte le parti ſue non haueſſe tra lor ſimili, non hauerebbe ciaſcuna parte alla tutta ſimile.

Ma dimoſtrato per l'antecedēte s'é, che ha ciaſcana parte alla tutta ſimile.

Adunque la linea retta, perche ha ciaſcuna ſua parte alla tutta ſimile, hauerà tutte le parti tra lor ſimili.

PROPOS. X.

La linea retta, perche ha tutte le parti tra lor ſimili, eſſa tutta è ſimilare.

DEMOSTR.

Perche ſe tutta la retta non foſſe ſimilare,

non haueria tutte le sue parti tra lor simili.

Ma dimostrato per la precedente s'è, che tutte le parti ha tra se simili.

Adunque la linea retta, perche ha tutte le parti tra lor simili, essa è tutta similare.

PROPOS. XI.

La linea retta, pche tutta è similare, è anche tutta a se uni forme.

DEMOSTR.

Perche se tutta a se non fosse uniforme, ne anche sarebbe similare.

Ma dimostrato per la precedente si é, ch'el la è tutta similare,

Adunque la linea retta, perch tutta è simi lare, è anche tutta a se uniforme.

PROPOS. XII.

La linea retta, perche tutta a se è uniforme, ha ciascuna parte sua, e alla tutta, e tra loro uniforme.

DEMOSTR.

Perche se ciascuna parte sua, non hauesse e alla tutta, e tra lor uniforme,

Ma dimostrato per la precedente s'é ch'essa tutta e a se uniforme.

Adunque la linea retta, perche tutta è a se uniforme, ha ciascuna parte sua, e alla tutta, e tra loro uniforme.

PROPOS. XIII.

La linea retta, perche ha le partī, e alla tutta, e tra loro uniformi, ed essa e le parti sotto vna diffinizion sono cōprese.

DEMOSTR.

Perche se essa, e le parti sotto una diffinizione non fossero comprese, le parti ne alla tutta, ne tra loro sarebbono uniformi.

Ma dimostrato s'é ꝑ la precedēte che le parti e alla tutta e tra loro sono uniforme.

Adunque la linea retta, perche ha le parti e alla tutta, e tra loro uniformi ed essa, e le parti, sotto una diffinizione sono comprese.

PRO-

PROPOS. XIV.

La linea retta, perche ed essa, e le sue parti, sono sotto una diffinizion comprese, a ciascuna sua parte, si dara la diffinizione della tutta.

DEMOSTR.

Perche se a ciascuna parte sua non si desse la diffinizione della tutta, ned essa, ne le parti sotto una diffinizion si comprenderebbono.

Ma dimostrato per la precedente s'é, che ed essa, e le parti sue sotto una diffinizion sono comprese.

Adunque la linea retta, perche ed essa, e le sue parti sono sotto una diffinizion comprese, a ciascuna sua parte si dara la deffinizione della tutta.

PROPOS. XV.

La linea retta, perch'ha le parti, a cui si da la diffinizione della tutta, ogni retta linea sara sempre con ogni altra retta linea, della stessa essenza.

DE-

DEMOSTR.

Perche se ogni retta linea non fosse sempre con ogni altra retta linea della stessa essenza, ned essa, ne le parti sue, dalla stessa diffinizione non sarebbono comprese. Ma dimostrato per la precedente s'è, che ed essa, e le parti sue sotto una diffinizion sono comprese, e che a ciascuna delle parti si dà la diffinizione della tutta. Adunque ogni retta linea, perche ed essa, e ciascuna parte sua, sotto una diffinizion sono comprese, con ogni altra retta linea sarà sempre della stessa essenza.

PROPOS. XVI.

Ogni retta linea, perche con ogni altra retta linea è sempre della stessa essenza, le proprietà essenziali, di tutte le rette linee, saranno le medesime.

DEMOSTR.

Perche se le proprietà essenziali di ogni retta linea non fossero le medesime, ne anco l'essenza di tutte sarebbe la medesima.

Ma

Ma dimostrato per la precedente sì è, che l'essenza di tutte le rette linee, é sempre la medesima con l'altre.

Adun que ogni retta linea, perche con ogni altra retta linea é sempre della stessa essenza, le proprietà essenziali di tutte le rette linee saranno le medesime.

PROPOS: XVII.

Tutte le rette linee, perche hanno le ptoprietà essenziali, sempre le medesime, tutte anco della medesima spezie essere perseuerano.

DEMOSTR.

Perche se tutte della medesima spezie d'essere non perseuerassero, anche haueriano le proprietà essenziali sempre le medesime.

Ma dimostrato s'é per la precedẽte, che tutte le rette linee hanno le proprieta essenziali sempre le medesime:

Adunque tutte le rette linee, perche hanno le proprieta essenziali sempre le medesime

*me tutte anco della medesima spezie es-
sere perseuerano,*

PROPOS. XVIII.

Tutte li rette linee, perche della medesima spezie essere perseuerano, niuna mai dall'altra uaria.

DEMOSTR.

Perche se l'una mai dall'altra uariasse, della medesima spezie essere non perseuerarieno.

Ma dimostrato per la precedēte s'è, che tutte della medesima spezie essere perseuerano.

Adunque tutte le rette linee perche della medesima spezie essere perseuerano, niuna mai dall'altra uaria.

PROPOS. XIX.

Ogni retta linea, ꝑche niuna mai dall'altre uaria, cōseruerà, l'egualità del sito (suo.

DEMOSTR.

Perche se la ugualità del sito suo, ogni retta nō cōseruasse, l'una dall'altra uarierebbe.

Ma dimostrato per la precedente s'é, che niuna dall'altra uaria.

Adunque ogni retta linea, perche niuna mai dall'altra uaria, conseruera l'egualità del sito suo.

PROPOS XX.

Ogni retta linea, perche conserua l'egualita del sito suo, e con tutta se stessa e con tutte le parti sue, il sito medesimo conserua.

DEMOSTR.

Perche se con tutta se stessa e con tutte le parti sue il sito medesimo non conseruasse, ne anche la egualità del sito suo conseruerebbe.

Ma dimostrato per la precedente s'è, ch'ogni retta linea l'egualità del sito suo conserua.

Adunque ogni retta linea, perche conserua l'egualità del sito suo, con tutta se stessa e con tutte le parti sue, il sito medesimo conserua.

PROPOS. XXI.

Ogni retta linea, perche con tutta se stessa, e con tutte le parti sue il sito medesimo conserua, con ogni altra retta linea sarà adattabile

DEMOSTR.

Perche se ogni retta linea, ad ogni altra retta, non fosse adattabile, non ogni retta linea, e con tutta se stessa, e cō tutte le parti sue, il sito medesimo conseruerebbe.

Ma dimostrato per la precedente s'é, che ogni retta linea, e con tutta se stessa, e con tutte le parti sue il sito medesimo conserua.

Adunque ogni retta linea, perche con tutta se stessa, e con tutte le parti sue il sito medesimo conserua, con ogni altra retta linea sarà adattabile.

Cio é, si potra l'una all'altra sopraporre, senza che niuna parte loro, esca del medesimo sito dell'altra.

PROPOS. XXII.

Ogni retta linea, perche con ogni altra retta linea è adattabile, sarà inalterabile.

DEMOSTR.

Perche se inalterabile non fosse ne anche con ogni altra retta adattabile sarebbe.

Ma dimostrato per la precedente sì è, ch'ogni retta linea, é con ogni retta linea adattabile.

Adunque ogni retta linea, perche con ogni altra retta linea è adattabile, sara anche inalterabile.

PROPOS. XXIII.

Ogni retta linea, perche è inalterabile nõ si potrà con altra non retta linea mescolare.

DEMOSTR.

Perche se con altra non retta mescolare si potesse, non sarebbe inalterabile. Perche ogni mescolamento si fa con alterazione.

Ma dimostrato per la precedente s'è, ch'ogni retta linea è inalterabile.

Adunque ogni retta linea, perche è inalterabile, non si potrà con altra non retta mescolare,

PROPOS. XXIV.

Ogni retta linea, perche non si puo con altra non retta mescolare, sarà sempli ce. e semplice si conseruara.

Perche se semplice non fosse, e semplice non si conseruasse, con altra non retta si mescolarebbe.

Ma dimostrato sì é, per la precedente, che con altra non retta non si mescola,

Adunque ogni retta linea, perche con altra non retta non si mescola, e semplice é, semplice si conserua.

PROPOS. XXV.

Ogni retta linea, perche semplice è, e semplice si conserua, regola è di ogni linea e retta e non retta, che a medesimi due punti seco termina.

DE-

DEMOSTR.

Perche ſe regola non foſſe di ogni linea che a medeſimi due punti ſeco termina, ſemplice non ſarebbe, e ſemplice non ſi conſeruerebbe,

Ma dimoſtrato per la precedente s'è, che è ſemplice, e ſemplice ſi conſerua.

Adunque ogni retta linea, perche ſemplice è, e ſemplice ſi conſerua, regola è d'ogni retta, e non retta linea, che a medeſimi due punti ſeco termina.

RISOLVZIONE.

Ogni retta linea, è regola, d'ogni retta e non retta linea, che a medeſimi due punti ſeco termina.

E cio perche ſemplice, è, e ſemplice ſi conſerua.

E cio perche cõ altra non retta non ſi meſcola.

E cio perche è inalterabibile.

E cio, perche ad ogni altra retta è adattabile.

E cio,

E cio, perche con tutta se stessa, e con le patti sue il sito medesimo conserua.

E cio pche l'vgualità del sito suo cõserua

E cio perche niuna mai dall'altra uaria.

E cio perche della medesima spezie essere perseuera.

E cio perche le proprietà essentiali di tutte le rette sono le medesime.

E cio, perche tutte le rette, sono della medesima essenza.

E cio, perche tutte le parti sue hanno la medesima deffinitione con la tutta.

E ciò perche tutte le parti, sotto una deffinizione con la tutta si comprendono.

E cio, perche le parti sono alla tutta, e tra loro uniformi.

E cio, pche essa tutta è a se medesma uni-(forme.

E cio, perche tutta è similare.

E cio, perche le parti e tra loro, & alla tutta son simili.

E cio, perche le parti sono tra lor simili.

E cio, pche le parti sono alla tutta simili.

E cio, perche la tutta è a se stessa simile,

E cio, perche le parti sono linee rette.

E cio perche, ciascuna parte, e fra suoi propri due punti, e fra gli stessi della tutta giace egualmente.

E cio perche fra i due pũti della tutta, giace egualmente.

E cio perche la tutta fra i suoi punti giace egualmente.

E cio perche la retta linea fra suoi punti giace egualmente.

E cio ꝑche ella fra i due pũti è breuissima

E cio perche sol uno spazio fra due punti prende.

E tutte queste, e forse altre appresso, sono le passioni o qualità, o proprietà, così proprie della linea retta, che niente hanno di commune, con le proprieta generali della linea in genere, dellequali nell'antecedente libro si è trattato, ne con quelle che seguiranno della linea curua.

IL FINE.

NVOVA

GEOMETRIA DI FRANCESCO PATRICI.

Delle rette Linee, nō toccantiſi, e riſpetto hauentiſi.

LIBRO V.

R*ISPETTO chiamo quel toſiche una linea retta, ha uerſo una, o piu altre rette, e non ſi toccano.*

Il detto ſito e riſpetto, é di quattro ſorte.

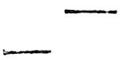
Il primo è, quando due o piu rette linee l'una l'altra ſeguono in lūghezza per dritto. e le chiamo conſeguenti. Delle quali,

gli antichi non trattarono.

Il secondo sito è quando due o piu rette linee sono l'una all'altra per larghezza al lato poste. e queste sono di due sorte.

L'una è quando elle sono equidistanti; e queste gli antichi dimandarono parallele, di cui non molto ragionarono.

L'altra si é quando elle, non sono equidistanti, di cui gli antichi quasi niente dissero; e noi inclinate le chiamiamo.



Il terzo sito é quando due o piu rette linee, in niuno de sopradetti siti sono poste. le quali gli antichi, non appare che conoscessero. e noi chiamiamo diseparate.

Ora prendiamo a trattare delle prime dimandate conseguenti.

PROPOS. I.

Fra due o piu rette linee conseguentisi, spazio giace.

DEMOSTR.

Perche se spazio fra loro non giacesse, elle si toccherebbono.

Ma

Ma per lo supposto elle non si toccano.

Adunque fra due o piu rette linee conseguentisi, perche non si toccano, spazio giace.

PROPOS. II.

Fra due o più rette linee conseguentisi pche spazio giace, fra i prossimi loro estremi, giace.

DEMOSTR.

Perche se lo spazio, fra i prossimi loro estremi non giacesse, niuno spazio fra loro giacerebbe.

Ma dimostrato per la precedente sì é che spazio tra loro giace.

Adunque fra due o piu rette linee conseguentisi, perche spazio tra loro giace fra i prossimi loro estremi giace.

PROPOS. III.

Fra due o piu rette linee conseguentisi perche spazio i fra; prossimi loro estremi giace; fra prossimi loro punti giace.

DEMOSTR.

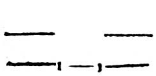
Perche se fra i prossimi loro punti non giacesse, fra i prossimi estremi non giacerebbe, perche gli estremi delle linee sono punti.

Ma dimostrato si é per la precedente che lo spazio fra i prossimi estremi giace.

Adunque fra due o piu rette linee conseguentisi perche spazio fra i prossimi loro estremi giace, fra i prossimi loro punti giace.

PROPOS. IIII.

Fra due ò piu rette linee conseguentisi perche spazio fra i prossimi loro punti giace, si potra per esso, da un punto all'altro linea segnare.



DEMOSTR.

Perche se linea per lo spazio segnar non si potesse, dall'uno punto all'altro, ne quiui spazio, ne punti giacerebbono.

Ma dimostrato per la precedente si è, che

quiui

quiui, spazio fra due punti giace.

Adunque fra due o piu rette linee conseguentisi, perche spazio fra i prossimi loro punti giace, si potra per lo spazio dal l'un punto all'altro linea segnare.

PROPOS. V.

Fra due o piu rette linee conseguentisi, perche si puo per lo spazio a i lor prossimi punti dall'un all'altro linea segnare, quella linea sarà breuissima.

DEMOSTR.

Perche se quella linea breuissma non fosse, non sarebbe per lo spazio fra i prossimi loro punti dall'uno all'altro segnata: ma per altri spazij passando a i punti terminerebbe.

Ma per la precedente dimostrato sì é che per lo spazio fra i prossimi punti posto, linea si pno segnare.

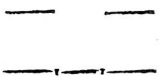
Adunque fra due o piu rette linee conseguentisi, perche per lo spazio si puo a i prossimi lor pũti dall'un pũto all'altra

linea

linea ſegnare, quella linea ſara breuiſsima.

PROPOS. VI.

Fra due, o piu rette linee conſeguentiſi perche ſi puo fra i proſsimi loro punti per lo ſpazio da un punto all'altro proſsimo linea breuiſsima ſegnare, q̃lla linea ſara retta.



DEMOSTR.

Perche ſe quella linea non foſſe retta, ella ne breuiſsima ſarebbe, ne per uno ſpazio ſegnata.

Ma dimoſtrato per le due precedenti sì è, ch'ella e breuiſsima è, & per uno ſpazio ſegnata.

Adũque fra due, o piu rette linee conſeguẽtiſi, perche ſi puo fra i proſſimi loro punti per lo ſpazio da un pũto all'altro proſſimo linea breuiſsima ſegnare, quella linea ſara retta.

PROPOS. VII.

Fra due o piu rette linee, perche la linea per loſpazio da un pũto all'altro proſſimo ſegnata è retta, ella è della medeſima ſpezie con le prime rette.

DEMOSTR.

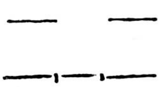
Perche ſe della medeſima ſpezie con le prime rette ella non foſſe; ella retta non ſarebbe.

Ma per la precedente dimoſtrato ſi è, ch'ella retta é.

Adũque fra due o piu rette linee cõſeguẽtiſi, ꝑche la linea da un pũto all'altro proſſimo per lo ſpatio ſegnata, è retta, ella è della medeſima ſpezie cõ le prime rette.

PROPOS. VIII.

Fra due o piu rette linee conſeguentiſi



perche la linea da un punto all'altro proſſimo, per lo ſpazio ſegnata, è retta, e della medeſima ſpezie con le prime rette, e lor congiunta, ella è cõ loro tutto una diuenuta.

DE-

DEMOSTR.

Perche se ella con loro, non fosse tutto una diuenuta, ne congiunta lor sarebbe, ne della spezie medesima, con loro, e retta.

Ma per le precedenti dimostrato sì è, ch'el la è della medesima spezie con loro, e lor congiunta, e retta.

Adunque fra due o piu rette linee conseguentisi. perche la retta per lo spazio dall'un punto all'altro prossimo segnata e lor congiunta, e retta, e della spezie medesima con le prime rette, ella é con loro tutto una diuenuta.

CORELLARIO.

E per cõseguenza tutte le proprietà che della retta linea si sono nell'antecedẽte libro dimostrate, le conueniranno.

RISOLVZIONE

La linea, che con due, o piu rette linee cõseguẽtisi tutto uno è diuenuta, d'una medesima spezie era con loro.

E cio

E cio perche ella era retta.

E cio perche ella era breuiſsima.

E cio, perche per lo ſpazio dall'vno all'altro proſsimo punto era ſegnata.

E cio perche dall'un punto all'altro proſſimo ſi potea ſegnare.

E cio perche ſpazio fra quei pũti giacea.

E cio perche ſpazio fra i proſsimi loro eſtremi ſi giacea.

E cio perche ſpazio tra le linee cõſeguentiſi giacea.

E cio perche le linee conſeguentiſi non ſi toccauano.

IL FINE.

NVOVA

GEOMETRIA DI FRANCESCO PATRICI.

Delle rette Linee parallele.

LIBRO VI.

GLI antichi diffinirono linee parallele essere quelle, che nella medesima superficie da ambi i lati prodotte in infinito, da niuna parte mai non concorrono.

Ma questa diffinizione perche dimostrare si puo, per principio chiaro non la accettiamo, e però diciamo.

Linee parallele sono quelle che per larghezza l'una al lato all'altra poste,

con

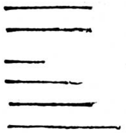
con tutte le parti loro tra se opposte sono equidistanti.

Equidistanti intendo, quando l'una parte all'altra opposta, ne piu s'appressa, ne piu s'allontana, che l'altre parti tra loro opposte.

Ma perche linee parallele possono essere, e rette e curue, parliamo ora delle rette.

PROPOS. I.

Due o piu rette linee, l'una al lato all'altra per larghezza poste, se cõ le lor parti opposte sono equidistāti, elle sono parallele.



DEMOSTR.

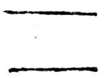
Perche se parallele elle nõ fossero le lor parti opposte, non sarebbono equidistanti.

Ma per lo supposto con le lor parti opposte sono equidistanti.

Adunque due o piu rette linee l'una al lato all'altra per larghezza poste, perche cõ le lor parti opposte sono equidistanti, elle sono parallele.

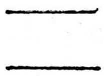
PROPOS. II.
CONVERSA.

Due o piu rette linee l'una al lato all'altra per larghezza poste, se sono parallele, hanno le lor parti opposte, equidistanti.



PROPOS. III.

Due o piu rette linee, perche hanno le lor parti opposte equidistanti tutta l'una linea, a tutta l'altra linea sara equidistãte e parallela.



DEMOSTR.

Perche se tutta l'una, a tutta l'altra non fosse equidistante, e parallela non haurebbono le lor parti opposte equidistanti.

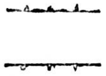
Ma dimostrato per le precedenti si é, che hanno le lor parti opposte equidistanti.

Adunque due o piu rette linee, perche hanno le lor parti opposte equidistanti tutta l'una a tutta l'altra saranno equidistanti e parallele.

PRO-

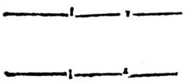
PROPOS. IIII.
CONVERSA.

Due o piu rette linee, se tutta l'una, a tutta l'altra è, equidistāte e parallela, anche le lor parti opposte, saranno equidistanti e parallele.



PROPOS. V.

Due o piu rette linee parallele, perche tutta l'una a tutta l'altra, e le lor parti opposte sono parallele, se per lungo e per diritto si allungherāno, anche le parti allungate sarāno parallele.



DEMOSTR.

Perche se le parti allungate per lungo e per diritto, nō fossero parallele, le parti delle parallele, non sarebbono parallele. ne per diritto allungate.

Ma per lo supposto per diritto sono allungate, e dimostrato per la precedente si è, che le parti delle parallele sono parallele

Adunque due o piu rette linee parallele

perche

perche tutta l'una a tutta l'altra, e le lor parti opposte sono parallele, se per lungo e per diritto s'allungheranno, anche le parti allungate saranno parallele.

PROPOS. VI.

Due o piu rette linee parallele, perche per lungo e per diritto allungate hanno le parti allungate parallele, se elle in infinito s'allungherãno, saranno similmente parallele.

DEMOSTR.

Perche se in infinito per diretto allungate non fossero parallele, le parti allungate non sarebbono parallele.

Ma dimostrato per la precedente sì é che le parti allungate per diritto sono parallele.

Adunque due o piu rette linee parallele, perche allungate per diritto, le parti allungate sono parallele, se anche in infinito s'allungheranno per diritto, saranno similmente parallele.

CORE-

CORELARIO.

Quello stesso che dell'allungamento da una banda fatto, si è dimostrato, si dimostrera anco se l'allungamento si fara dall'altra banda.

PROPOS. VII.

Due o piu rette linee parallele perche in infinito da ambi i lati allungare per diritto, sono parallele, non mai le parti loro s'appressano fra loro.

DEMOSTR.

Perche se le parti ra loro s'appressassono, tutte esse linee, ne le parti loro sarebbono parallele, ne equidistanti.

Ma dimostrato per le precedenti sì è, che e tutte esse, e le parti loro, sono parallele & equidistanti.

Adunque due o più rette linee parallele perche in infinito da ambi i lati allungate per diritto sono parallele, non mai le parti loro, s'appressano fra loro.

PROPOS. VIII.

Due, o piu rette linee parallele, perche le parti loro, non mai s'appressano fra loro, nõ mai cõcorreranno o si congiungeranno.

DEMOSTR.

Perche se mai concorressero, o si cõgiungessero, le parti loro si appressarieno tra loro, e si sarieno appressate.

Ma dimostrato per la precedente si è che le parti loro, non mai s'appressano.

Adunque due o piu rette linee parallele perche le parti loro, non mai s'appressano, non mai concorrerãno, ne si congiungeranno.

Cosi quello che gli antichi delle parallele per diffinizione, come principio supposero, per molti mezzi si è da noi dimostrato.

E nel resto le linee rette parallele, hanno tutte le proprietà che in ispezie alla linea retta, e in genere alla linea conuengono.

RISO-

RISOLVZIONE.

Le linee rette parallele, non mai ſi congiungono.

E cio perche le parti loro non mai s'appreſſano.

E cio perche le parti allungate ſono parallele.

E cio perche s'allungano per diritto.

E cio perche le parti delle prime ſono parallele.

E cio perche tutta l'una, a tutta l'altra ſono parallele.

E cio perche le parti dell'una oppoſte alle parti dell'altra, ſono parallele.

E cio perche dette parti ſono tra loro equidiſtanti.

E cio perche linee parallele ſono quelle, che le lor parti oppoſte hanno parallele.

IL FINE.

NVOVA

GEOMETRIA DI FRANCESCO PATRICI.

Delle rette Linee inclinate.

LIBRO VII.

LINEE inclinate io chiamo quelle, che per larghezza l'una al lato all'altra poste,

non sono, con le lor parti opposte, equidistanti ne parallele.

E sono di due sorti.

L'una quando elle con gli estremi loro, piu da una parte che dall'altra s'auuicinano.

L'altra si é quando l'una d'esse con un suo

estremo all'altra fra gli estremi s'auuicina.

Ragioniamo adunque primieramente in genere delle rette linee inclinate, delle quali gli antichi, niuna contemplazione fecero.

PROPOS. I.

Due o piu rette linee inclinate, perche

nõ sono parallele, l'una tutta all'altra tutta non saranno equidistanti.

DEMOSTR.

Perche se fossero tutta l'una a tutta l'altra equidistanti, sarieno parallele.

Ma per lo supposto non sono parallele.

Adũque due o piu rette linee inclinate, perche non sono parallele, l'una tutta all'altra tutta non sono equidistanti.

PROPOS. II.

CONVERSA.

Due o piu rette linee quando tutta a tut-

ta nõ è equidistãte, elle sono inclinate.

PROPOS. III.

Due o più rette linee inclinate, perche tutta a tutta non sono equidistãti ne anche le lor parti opposte, non haueranno equidistanti.

DEMOSTR.

Perche se le lor parti opposte fossero equidistanti, anche tutta a tutta sarebbono equidistanti.

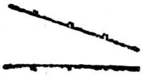
Ma dimostrato s'è per la precedente che tutta a tutta non sono equidistanti.

Adunque due o piu rette linee inclinate perche nõ sono, tutta a tutta equidistãti, ne anche le parti hauerãno equidistãti.

PROPOS. IIII.

CONVERSA.

Due o piu rette linee inclinate, perche non hanno le parti equidistãti ne anche tutta a tutta sono equidistanti.



PRO-

PROPOS. V.

Due o più rette linee inclinate, perche non hanno le lor parti equidistanti, l'vna parte più e l'altra meno haueran distanti.

DEMOSTR.

Perche se l'una parte piu, e l'altra meno non hauessero distanti elle sarebbono tutte equidistanti.

Ma dimostrato per la precedente si è, ch'elle non sono equidistanti.

Adunque due, o piu rette linee inclinate, perche non hanno le parti equidistanti, haueranno'una parte piu, e l'altra meno distanti.

PROPOS. VI.

Due o piu rette linee inclinate, perche hanno l'vna parte piu, e l'altra men distanti, se là oue piu distano si allungheranno per diritto sẽpre piu, e piu le parti allungate saran distanti.

DE-

DEMOSTR.

Perche ſe ſempre piu le parti allungate non ſi faceſſero diſtanti non ſarebbono le linee da quel lato piu diſtanti.

Ma dimoſtrato per la precedente sì é, che da un lato, ſono piu diſtanti.

Adunque due o piu rette linee inclinate perch'hanno l'una parte piu, e l'altra mē diſtanti, ſe là oue piu diſtano per diritto s'allangheranno, ſampre piu, e più le parti allungate ſi faran diſtanti.

PROPOS. VII.

Due o piu rette linee inclinate, perche là oue piu diſtano, ſe per diritto s'allungheranno, ſempre piu, e piu, le parti allungate diſtano, elle non mai concorreranno.

DEMOSTR.

Perche ſe concorreſſero, non ſempre piu diſtanti ſi ſarien fatte, ma appreſsate ſi ſarieno.

Ma dimostrato sì è per la precedente ch'elle sempre piu, e piu distano.

Adũque, due o piu rette linee inclinate, perche là oue piu distano se per diritto s'allungano, sempre piu, e piu, le parti allungate distano, elle non mai concorrono.

PROPOS. VIII.

Due o piu rette linee inclinate, perche là oue più distano allungate per diritto, non mai concorrono, non mai da quel lato si toccheranno, o congiungeranno.

DEMOSTR.

Perche se da quel lato si toccassero, o si congiungessero, anche sariano concorse.

Ma dimostrato per la preeedente si e, che da quel lato non mai concorrono.

Adũque due o piu rette linee inclinate perche la oue più distano allungate per diritto non mai concorrono, non mai da

quel

quel lato si toccheranno, o congiungeranno.

Cosi viene dimostrato, che il non mai concorrere, non é proprietà delle sole parallele, ma è anco in un lato commune con le inclinate. Il che nõ auuertirono gli antichi.

PROPOS. IX.

Due, o piu rette linee inclinate, perche allungate per diritto dal lato oue piu distano, nõ mai si congiungono, ne concorrono, e sempre più distano se dal lato oue meno distano per diritto s'allungheranno, sempre meno distaranno.

DEMOSTR.

Perche se sempre meno non distassero, o nella medesima distanza prima si resterebbono, e cosi sarieno parallele, o piu distanti si farieno, e cosi le sue cõtrarie si farie-

no

no ciò é, nelle ſempre più diſtanti ſi muterieno.

Ma per lo ſuppoſto da quel lato meno diſtano.

Adunque due o più rette linee inclinate, perche allungate per diritto dal lato oue piu diſtano, ſempre piu diſtano, ſe dal contrario lato oue meno diſtano per diritto s'allungheranno, ſempre meno diſtaranno.

PROPOS. X.

Due, o piu rette linee inclinate, perche dal lato oue meno diſtano, allungate, ſempre meno diſtano; ſempre piu s'appreſſano.

DEMOSTR.

Perche ſe ſempre piu non ſi appreſſaſſono, ne anche meno diſtarieno.

Ma dimoſtrato per la precedente ſi è, che elle allungate ſempre meno diſtano.

Adunque due o piu rette linee inclinate perche dal lato oue meno diſtano allungate

ſempre meno diſtano, ſempre più s'appreſſano.

PROPOS. XI.

Due ò piu rette linee inclinate, perche dalla parte oue meno diſtano allungate per diritto meno diſtano, e piu s'appreſſano, piu anche allungandoſi, concorreranno finalmente.

DEMOSTR.

P*erche ſe piu anche allungandoſi, non concorreſſero finalmente, non ſempre più s'appreſſerebbono.*

Ma per la precedente dimoſtrato ſi é, che allungandoſi ſempre piu s'appreſſano.

Adunque due o piu rette linee inclinate, perche dalla parte oue meno diſtano allungandoſi, ſempre piu s'appreßano, finalmente concorreranno.

PROPOS. XII.

Due o piu rette linee inclinate, perche dal lato oue allungandoſi piu s'appreſ

ſano

ſano finalmente concorrono, quiui anche ſi congiungono.

DEMOSTR.

Perche ſe quiui oue concorrono, non ſi congiugneſſero, ne anche concorrerebbono.

Ma dimoſtrato per la precedente ſi è, che elle concorrono finalmente.

Adunque due o piu rette linee inclinate, perche dal lato, oue allungandoſi più s' appreſſano, finalmente concorrono, quiui anche ſi congiungono.

RISOLVZIONE

Due o piu rette linee inclinatė, allungate dal lato oue meno diſtano, ſi congiungerannno.

E cio perche allungãdoſi concòrronno.

E cio perche allungandoſi, più ſi appreſſeno.

E cio, perche allungandoſi ſempre meno diſtano.

E cio perche da quel lato meno diſtano.

Due, o piu rette linee inclinate, allungan-

do dal lato, oue piu distano non mai si congiungono.

E cio perche non mai concorrono.

E cio perche le parti allungandosi sempre piu e piu si fan distanti.

E cio perche hanno l'una parte piu e l'altra men distanti.

E cio perche non hanno le lor parti equi distanti.

E cio, perche tutta a tutta nō sono equidistanti.

E cio perche sono inclinate.

IL FINE.

NVOVA

GEOMETRIA DI FRANCESCO PATRICI.

Delle rette Linee diſeparate.

LIBRO VIII.

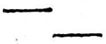
LINEE rette diſeparate io chiamo quelle, che alcun riſpetto hanno tra loro, ma non ſono ne inclinate ne paralle-te, ne conſeguentiſi.

Et di queſte non appare che gli antichi fauellaſſero.

PROPOS. I.

Due o piu rette linee diſeparate non ſono l'una all'altra, ne per lungo al dirit-

to



to ne per largo a lato poſte.

DEMOSTR.

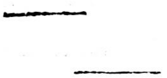
Perche ſe per largo al lato o per lungo al diritto foſſero poſte, o inchinate, o parallele o conſeguentiſi ſarebbono.

Ma per lo ſuppoſto, niuna delle dette ſono.

Adunque due o piu rette linee diſeparate, perche ne inclinate, ne parallele ne cõſeguentiſi ſono, non ſono l'una all'altra, ne per lungo al diritto, ne per largo al lato poſte.

PROPOS. II.

Due o piu rette linee, diſeparate, perche non ſono ne per lungo al diritto, ne



per largo al lato l'una all altra poſte, ſaranno in tutto l'una all'altra in diſparte.

DEMOSTR.

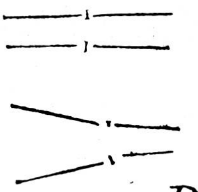
Perche ſe l'una all'altra non foſſe del tutto in diſparte, elle ſarebbono, o per lungo al diritto, o per largo al lato l'una all'altra poſte.

Ma

Ma dimostrato per la precedente si è che l'una all'altra non sono ne per lungo al diritto, ne per largo al lato poste,

Adunque, due o piu rette linee disseparate, perche non sono ne per lungo al diritto ne per largo l'vna all'altra poste, elle saranno in tutto l'vna all'altra in disparte.

PROPOS. III.



Due o piu rette linee disseparate se da i piu uicini punti loro estremi si allũgherãno per diritto, o parallele diuengono o inclinate.

DEMOSTR.

Perche se o parallele, o inclinate non diuenissero, elle non si allungherebbono.

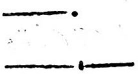
Ma per lo supposto, elle s'allungano.

Adunque due o piu rette linee disseparate, perchè da i piu uicini loro punti estremi s'allungano per diritto, o parallele, o inclinate diuengono.

PRO-

PROPOS. IIII.

Due, o piu rette linee diſeparate, perche da i piu uicini loro punti allungate per diritto, o parallele diuengono, o inclinate, ſe parallele ſaranno, tutte le proprieta gia dimoſtrate delle parallele loro conuerranno.



DEMOSTR.

Perche ſe tutte dette proprietà loro non cõueniſſero, parallele non ſarebbono diuenute.

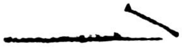
Ma per lo ſuppoſto, elle ſono parallele diuenute.

Adunque due o piu rette linee diſeparate perche allungate per diritto, parallele poſſono diuenire, tutte le proprietà gia dimoſtrate delle parallele, loro conuerranno.

PROPOS. V.

Due o piu rette linee deſeparate, perche

da i



da i piu vicini pũti loro eſtre mi, allũgate per diritto, incli- nate poſſono diuenire, tutte le proprieta gia dimoſtrate delle linee inclinate, loro con uerranno.

DEMOSTR.

Perche ſe tutte dette proprietà loro non cõ- ueniſſero, inclinate non ſarebbono diue- nute.

Ma per lo ſuppoſto, elle inclinate ſono di- uenute.

Adunque due o piu rette linee diſeparate perche da i piu vicini loro punti eſtremi allungate per diritto, inclinate poſſono diuenire, tutte le proprietà delle inclina te già dimoſtrate, loro conuerranno.

PROPOS. VI.

Due o piu rettte linee diſeparate, perche inclinate linee poſſono diue- nire, e lor conuengono tutte le proprieta, dimoſtrate del-

le inclinate, potranno anco, dal lato oue meno ſon diſtanti, allungandoſi concorrere, e congiungerſi.

DEMOSTR.

Perche ſe concorrere, e congiungerſi non ſi poteſſero, ne anche le proprieta delle inclinate lor conuerrebbono.

Ma dimoſtrato per la precedente ſi è, che le proprietà delle inclinate lor conuengono.

Adunque due o piu rette linee diſeparate perche le proprieta delle inclinate lor cõuengono, potranno dal lato oue meno diſtano concorrere, e congiungnerſi.

IL FINE.

NVOVA

GEOMETRIA DI FRANCESCO PATRICI.

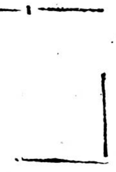
Delle rette Linee toccantisi.

LIBRO IX.

DIMOSTRATO si è, che le rette linee inclinate, e le fatte inclinate, quando sono allungate, alla fine uengono a toccarsi, conseguente é, ch'ora si dica di questo toccamento, o congiungimento di due rette linee. Del quale gli antichi niuna cosa dimostrarono.

PROPOS. I.

Se da un punto nello spazio posto a due



altri punti nello spazio posti, due linee rette si segneranno, o per diritto, o per non diritto si segneranno.

DEMOSTR.

Perche se, ne per diritto, ne per non diritto si segnassero, in niun modo si segnerebbono, nulla essendc in mezzo fra l'affermatiua, e negatiua.

Ma per lo supposto, elle da un punto a due altri punti, si segnano.

Adunque se da un punto a due altri punti due rette linee si segneranno, o per diritto, o per non diritto si segneranno.

Ma di quelle che per diritto si segnano, già si è ne gli antecedenti libri ragionato, e non fa mestieri di piu dirne.

PROPOS. II.

Se da un punto due rette linee, per non diritto si segneranno, fra il punto e le linee spazio, è compreso.

DE-

DEMOSTR.

Perche ſe ſpazio tra loro non foſſe compreſo, per diritto ſarien ſegnate.

Ma per lo ſuppoſto per non diritto ſono ſeſegnate.

Adunque ſe da un punto, due rette linee per non diritto ſi ſegneranno, fra il punto e le linee, ſpazio ſara compreſo.

PROPOS. III.

Da un punto, perche ſi puo due rette linee ſegnare, elle l'una all'altra inclinanti ſi potran ſegnare.

DEMOSTR.

Perche ſe l'una all'altra inclinati, non ſi poteſſero ſegnare, ne anche ſi potrebbono da un punto, a due altri punti due rette linee ſegnare.

Ma dimoſtrato per la precedente ſi e, che da un punto a due altri punti ſi poſſono due rette linee ſegnare.

Adunque da un punto, perche ſi puo due rette linee ſegnate, elle l'una all'altra

incli-

inclinanti si potran segnare.

PROPOS. IIII.

Da un punto, perche due rette linee l'una all'altra inclinanti si possono segnare, anco l'una dall'altra rifuggenti si potran sagnare.

DEMOSTR.

Perche se rifugenti nõ potessono segnarsi, ne anche inclinanti si potrebbono segnare.

Però che posto l'un contrario, per necessità anche l'altro é da porsi.

Ma dimostrato per la precedente sì é, che inclinanti si possono segnare.

Adunque da un punto, perche due rette linee l'una all'altra inclinanti, si possono segnare, anco l'una dall'altra rifuggenti si potran segnare.

PROPOS. V.

Da un punto, perche due rette linee e inclinãti, e rifuggenti, si possono segnare, anche, non inclinanti, ne rifuggenti si potran segnare.

DE-

DEMOSTR.

Perche, se ne inclinanti, ne rifuggenti, non si potessero segnare; ne anco le rifuggenti, & le inclinanti nõ si potrien segnare.

Ma dimostrato per le precedenti si è che e le inclinanti, e le rifuggenti si possono segnare.

Adunque da un punto, perche due rette linee e inclinanti e rifuggenti si possono segnare, si potranno anche segnare le non inclinanti e le non rifuggenti.

PROPOS. VI.

Da un punto perche due rette linee, ne inclinanti, ne rifuggenti si possono tirare, elle saranno appunto nel mezzo tra la fugga, e la inclinazione.

DEMOSTR.

Perche se appunto nel mezzo tra la fugga e la inclinazion non fossero, o inclinanti sarebbono.

Ma dimostrato per la precedente s'è, che

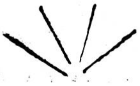
ne in-

ne inclinanti, ne rifuggenti ſono.

Adunque da un punto, perche due rette linee, ne inclinanti ne rifuggenti ſi poſſono tirare, elle ſaranno appunto nel mezzo tra la fugga e la inclinazione.

PROPOS. VII.

Da un pũto, perche due rette linee ſi poſſono tirare, che appunto nel mezzo tra la fugga, e la inclinazione ſtieno, elle quel ſito mai non mutano.



DEMOSTR.

Perche s'elle quel ſito mutaſſero, non piu tra la fugga e la inclinazione ſtarieno nel mezzo appunto.

Ma dimoſtrato per la precedente sì é, che elle tra la fugga, e la inclinazione ſtannel mezzo appunto.

Adunque da un punto, perche due rette linee ſi poſſono tirare, che appũto nel mezzo tra la fugga, e la inclinazione ſtieno, elle quel ſito mai non mutano.

E que-

E queste noi chiamiamo, con nome antico, perpendicolati, e con nostro l'una all'altra a piombo.

PROPOS. VIII.

Da un punto, perche due rette linee si possono tirare, che sito dal mezzo appunto mai non mutino, le inclinanti, e le rifuggenti piu, e piu dal mezzo si potranno discostare.

DEMOSTR.

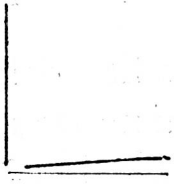
Perche s'elle piu e men dal mezzo non si potessero scostare, sito non mai muterieno.

Ma dimostrato per la precedente si è che il non mutar sito, è delle perpendicolari.

Adunque da un punto, perche due rette linee, si possono tirare, che sito dal mezzo appunto, mai non mutano, le inclinanti, e le rifuggenti piu e, piu dal mezzo si potranno discostare.

PROPOS. IX.

Da un punto, perche due rette linee incli nate si possono tirare che piu e piu dal mezzo discostandosi, piu, e piu s'inclinino, tanto finalmente dal mezzo si potranno discostare, e inclinare che uẽgano l'una all'altra ad addattarsi.



DEMOSTR.

Perche se addattare non si potessero, non potrebbono dal mezzo piu e piu scostarsi, e inclinarsi.

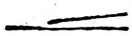
Ma dimostrato per la precedente si é, che elle piu, e piu dal mezzo possono scostarsi, e inclinarsi.

Adunque da un punto, perche due rette linee inclinanti, si possono tirare, che piu, e piu dal mezzo discostandosi, piu, e piu si inclinino, tanto finalmente dal mezzo si potranno discostare, e inclinare, che uẽgano l'una all'altra ad addattarsi.

PRO-

PROPOS. X.

Da un punto, perche ſi poſſono due rette linee tirare, che piu, e piu inclinandoſi uengano ad addattarſi, una linea diuerranno, e non piu inclinare ſi potranno.



DEMOSTR.

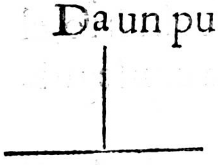
Perche ſe piu inclinare ſi poteßero, e non foſſero una linea diuenute, addattare non ſi ſarien potute.

Ma dimoſtrato per la precedente s'é, che alla fine elle s'addattano.

Adunque da un punto, perche due rette linee ſi poſſono tirare, che piu, e piu inclinādoſi uengano ad addattarſi, una linea ſaranno diuenute, e non piu inclinare ſi potranno.

PROPOS. XI.

Da un punto, perche due rette linee ſi poſſono tirare, piu e men dal mezzo rifuggenti, potranno tanto dal mezzo ri



fuggire, che uẽgano, a porsi l'una all'altra per diritto.

DEMOSTR.

Perche se non potessero l'una, all'altra porsi per diritto, non potrebbono piu, e men dal mezzo discostarsi e rifuggire.

Ma dimostrato per la ottaua si é, ch'elle possono piu e meno dal mezzo discostarsi, e rifuggire.

Adunque da un punto, perche due rette linee si possono tirare, piu, e meno dal mezzo rifuggenti, potranno tanto dal mezzo rifuggire, che uengano a porsi l'una all'altra per diritto.

PROPOS. XII.

Da un punto, perche si possono due rette linee tirare, tanto dal mezzo rifuggenti, che uẽgano a porsi l'una all'altra per diritto, elle sarano una linea conseguẽtesi diuenuta.

DE-

DEMOSTR.

Perche se elle non fossero una linea conseseguentesi diuenuta, ne anche si sarebbono l'una, all'altra poste per diritto.

Ma dimostrato per la precedente sì é, ch'elle si sono l'una, all'altra poste per diritto.

Adunque da un punto perche si possono due rette linee tirare, tanto dal mezzo rifuggenti che uengano l'una all'altra a porsi per diritto, elle saranno una linea conseguentisi diuenuta.

RISOLVTIONE.

Da un punto due rette lineetirate possono una conseguentesi diuenire.

E cio perche possono l'una, all'altra porsi per diritto.

E cio pche piu, e piu possono rifuggirsi.

E due rette linee da un punto tirate l'una all'altra inclinanti, possono una linea diuenire.

E cio perche possono addattarsi.

E cio perche possono più, e più inclinarsi dal

ſi dal mezzo diſcoſtandoſi.

E cio perche tra le rifuggenti, e le inclinanti, il mezzo, non mai muta ſito.

E cio perche ſi puo due rette linee tirare tra la fugga e la inclinazione appunto nel mezzo.

E cio perche anche, non rifuggenti, e non inclinanti ſi poſſono ſegnare.

E cio perche l'una dall'altra rifuggenti ſi poſſono ſegnare.

E cio perche l'una dall'altra rifuggenti ſi poſſono ſegnare.

E cio perche anche inclinanti ſi poſſono ſegnare,

E cio perche fra il punto e le due linee ſpazio è compreſo.

E cio perche da un pũto nello ſpazio poſto, a due altri punti per nõ diritto poſti, ſi poſſono due rette linee ſegnare.

IL FINE.

NVOVA

GEOMETRIA DI FRANCESCO PATRICI.

Dell'angolo Rettilineo. LIBRO X.

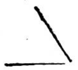
PERCHE del toccamento in un punto di due rette linee, e della inclinatione e mezzanita, e fugga loro ſi è nel precedente libro ragionato, ſegue ora che delle ſteſſe linee ſi ragioni, in quanto elle nel toccamento lor ſudetto, formano l'angolo. Il quale nell'ordine de ſoggetti Geometrici habbiamo poſto il terzo. e del quale gli antichi molte coſe ſuppoſſero,

e niuna come d'angolo dimostrarono. e cosi il difinirono.

L'angolo piano é la inclinazione alterna di due linee, che in piano si toccano, e non giacciono per diritto.

Ma noi d'altra maniera il diffiniamo.

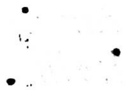
Angolo e lo spazio, fra due linee al toccamento lor compreso.



Angolo rettilineo, é lo spazio fra due rette linee al toccamento lor compreso.

PROPOS. I.

Se da un punto a due altri punti, non per diritto nello spazio segnati due rette linee si tireranno fra i punti, e le linee spazio sara compreso.



DEMOSTR.

Perche se spazio, tra i punti, e le linee non fosse compreso, per diritto, e i punti e le linee sarien segnate.

Ma per lo supposto, per non diritto, e i punti, e le linee sono segnate.

Adun-

Adunque se da un punto, a due altri punti, non perdiritto nello spazio segnati, due rette linee si tireranno, fra i punti e le linee spazio sara compreso.

E quello spazio al toccamento del punto e delle due linee, angolo è chiamato.

PROPOS. II.

Da un punto perche si puo due rette linee tirare, che spazio, e angolo comprendano, se elle sarãno l'una all'altra perpendicolari, quel l'angolo sara mezzano fra gli angoli di inclinazione, e di fugga delle linee.

DEMOSTR.

Perche se quell'angolo non fosse mezzano, le linee non sarebbono l'una all'altra perpendicolari.

Ma per lo supposto elle sono perpendicolari, o a piombo.

Adunque da un punto perche si puo due rette linee tirate, che spazio et angolo com-

prendano, ſe elle ſaranno perpendicolari quell'angolo ſara mezzano fra gli angoli di inclinazione, e fugga delle linee.

E queſto angolo fu da gli antichi nominato retto.

PROPOS. III.

Da un punto perche ſi puo due rette linee tirare perpendicolari che cōprēdano angolo mezzano, e retto, egli ſempre ſara retto.

DEMOSTR.

Perche s'egli ſempre retto non foſſe, ne anche mezzano ſarebbe, ne da perpendicolari linee compreſo,

Ma dimoſtrato ſi é, per la precedente ch'egli é mezzano da perpendicolari linee compreſo.

Adunque da un pūto, perche ſi puo due rette linee tirate perpendicolari che comprendano angolo mezzano e retto, egli ſempre ſarà retto.

PRO-

PROPOS. IIII.

CONVERSA.

Ouè l'angolo ſara retto ſara ſempre mezzano e, da da due rette linee perpedicolari compreſo.

PROPOS. V.

L'angolo retto da due perpendicolari rette linee compreſo, perche ſempre è retto, il ſuo ſito dal retto mai non uaria.

DEMOSTR.

Perche ſe il ſuo ſito uariaſſe ne retto ſempre ſarebbe, ne da due perpendicolari linee compreſo.

Ma dimoſtrato per le due precedenti ſi è, che e da due penpendicolari linee è compreſo, e ſempre é retto.

Adunque l'angolo retto, da due perpendicolari rette linee compreſo perche ſẽpre è retto, il ſuo ſito dal retto mai non uaria.

PROPOS. VI.

L'angolo retto, perche il ſuo ſito dal ret-

to mai non uaria egli non si fa, di se, ne minore, ne maggiore.

DEMOSTR.

Perche se di se o minore o maggiore si facesse, egli il suo sito dal retto uarierebbe Ma dimostrato per la precedente si è, ch'egli il sito suo dal retto mai non uaria. Adunque l'angolo retto, perche il sito suo dal retto mai non uaria egli non si fa di se, ne minore, ne maggiore.

PROPOS. VII.

L'angolo retto, perche non si fa di se ne minore, ne maggiore, egli è a se stesso sempre uguale.

DEMOSTR.

Perche se egli a se stesso nõ fosse sẽpre uguale, o minore, o maggiore di se si farebbe. Ma dimostrato per la precedente si é, ch'egli nõ si fa di se ne minore, ne maggiore. Adunque l'angolo retto, perche non si fa di se ne minore, ne maggiore, égli é, a se stesso sempre uguale.

PRO-

PROPOS. VIII.

L'angolo retto perche è, a se stesso sempre uguale, fa che tutti gli angoli retti, sono l'uno all'altro uguali.

DEMOSTR.

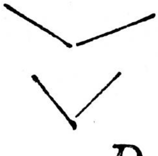
Perche se tutti gli angoli retti, non fossero l'uno all'altro vguali, non sarebbe l'angolo retto a se stesso sempre uguale.

Ma dimostrato per la precedente si é, che l'angolo retto, é a se stesso sempre uguale

Adunque l'angolo retto, perche a se stesso è sempre vguale, fa che tutti gli angoli retti sono l'uno all'altro uguali.

PROPOS. IX.

Gli angoli retti, perche sono tutti l'uno all'altro uguali, quel'angolo che ad un retto nõ è ugnale, angolo retto non è



DEMOSTR.

Percioche se ad un retto fosse uguale, angolo retto sarebbe anch'egli.

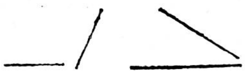
Ma

Ma dimoſtrato per la precedente ſi è che tutti gli angoli retti ſono l'uno all'altro uguali,

Adunque gli angoli retti perche ſono tutti l'uno all'altro uguali, quell'angolo, che ad un retto non é uguale, angolo retto non è.

PROPOS. X.

Quell'angolo, che ad un retto nõ è uguale, perche angolo retto non è, o minore, o maggiore, ſara del retto,



DEMOSTR.

Perche ſe ne minore, ne maggiore dell'angolo retto non foſſe, ad un retto ugual ſarebbe.

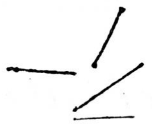
Ma dimoſtrato per la precedente ſi è, che l'angolo che ad un retto non è uguale, angolo retto non è.

Adunque, quell'angolo, che ad un retto nõ è uguale, perche angolo retto non è, o minore, o maggiore ſara del retto.

PRO-

PROPOS. XI.

L'angolo che retto non è, ma o minore, o maggior del retto, non sarà da due linee perpendicolari compreso.



DEMOSTR.

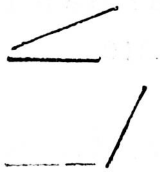
Perche se da due linee perpendicolari fosse compreso, angolo retto sarebbe, e non, minore, ne maggior del retto.

Ma dimostrato per la precedente si é, ch'egli angolo retto non é ma ò minore, o maggior del retto.

Adunque l'angolo che retto non é, ma o minore, o maggior del retto, nō sara da due linee perpendicolari compreso.

PROPOS. XII.

L'angolo, o minore, o maggior del retto, perche non e da perpendicolari linee compreso sara cō preso da linee, o inclinanti, o rifuggenti.



DE-

DEMOSTR.

Perche se o da inclinãti, o da rifuggenti linee non fosse compreso da perpendicolari linee saria compreso.

Ma dimostrato, per la precedente si è, che da perpendicolari linee non è compreso.

Adunque l'angolo, o minore, o maggior del retto, perche non e da perpendicolari linee compreso, sara compreso da linee, o inclinanti, o rifuggenti.

SIA PRIMA
DA INCLINANTI.

Inclinante linea è quella che dal medesimo punto delle due perpendicolari, fra lor si tira.

PROPOS. XIII.

La linea inclinante, perche da uno stesso punto delle due perpẽdicolari fra lor si tira, è ad ambe due inclinante.

DEMOSTR.

Perche se ad ambe due non fosse inclinante, sarebbe o perpẽdicolare, o rifuggente.

Ma

Ma per lo supposto, ella é inclinante.

Adunque la linea inclinante, perche dal medesimo punto delle due perpendicolari, fra lor si tira, è ad ambedue inclinãte.

PROPOS. XIIII.

La linea inclinante perche ad ambedue le perpendicolari è inclinante fra loro fa due angoli.

DEMOSTR.

Perche se fra loro due angoli non facesse, ne ad ambe due saria inclinante, ne fra lor tirata.

Ma dimostrato si é, che ella ad ambedue e inclinante, e per la diffinizion sua e frà lor tirata.

Adunque la linea inclinante, perche ad ambedue le perpendicolari é inclinante, fra loro fa due angoli.

PROPOS. XV.

La linea inclinante, perche fra le perpendicolari fa due angoli essi saranno parti del primo ango-

lo retto, fra le perpẽdicolar compreſo.

DEMOSTR.

Perche ſe i due angoli non foſſero parti del primo angolo retto non ſarebbono dalla inclinante fra le perpendicolari ſatti.

Ma dimoſtrato per la precedente ſi è, che eſsi dalla inclinante fra le perpendicolari ſono fatti. e fra le perpendicolari era angolo retto.

Adunque la linea inclinante, perche fra le perpendicolari fa due angoli, eſsi ſono parti del primo retto.

PROPOS. XVI.

La linea inclinante, perche fra le perpendicolari fa due angoli, che ſono parti del primo retto. ciaſcuno di eſsi è minor del retto.

DEMOSTR.

Perche ſe minnri non foſsero del rettto, ſue parti non ſarieno.

Ma dimoſtrato per la precedente ſi è, che

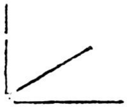
eſsi

essi sono parti del primo retto. Et ogni parte per l'assioma é minor del tutto.

Adunque la linea inclinante, perche fra le perpendicolari fa due angoli che sono parti del primo retto, ciascuno d'essi è minor del retto.

E questo gli antichi dimandarono acuto.

PROPOS. XVII.



La linea inclinante, perche fra le perpendicolari, fa due angoli acuti minori ciascuno del retto, ogni angolo acuto, sara minore di ogni angolo retto.

DEMOSTR.

Perche se ogni angolo acuto, minor non fosse d'ogni angolo retto, ne anco i due acuti fatti dalla inclinante fra le perpendicolari, sarebbono minori del primo retto.

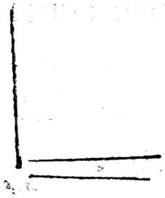
Ma dimostrato per la precedente si é, che i due angoli fatti dalla inclinante fra le perpendicolari sono del primo retto ciascun minore.

Adunque perche la linea inclinãte fa due angoli acuti, fra le perpendicolari, minori ciascuno del primo retto, ogni angolo acuto, sara minore d'ogni angolo retto.

E cosi uiene prouato, quello che gli antichi per diffinizione supposero come prĕcipio

PROPOS. XVIII.

La linea inclinante perche fra due perpendicolari fa due angoli minori del ratto, qnanto ella piu all'una delle perpendicolari inclinera, tanto minore uerso quella fara l'angolo,



DEMOSTR.

Perche se tanto minore non facesse quel l'angolo, la inclinazion sua, non farebbe gli angoli del retto minori.

Ma dimostrato per la precedente si è, che el la gli fa minori.

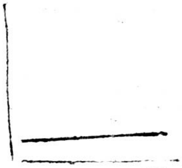
Adunque la linea inclinante, perche fa gli angoli minori del retto quanto piu uerso l'una sara inclinante, tanto piu uerso

quel-

quella fara l'angolo minore.

PRPOS. XIX.

La linea inclinante, perche quanto piu uerso una perpendicolare inclina, tanto piu fa l'angolo minore, farà il compagno tanto maggiore.



DEMOSTR.

Perche se il compagno tanto maggior non fosse, l'altro tanto minore non sarebbe.

Ma dimostrato per la precedente si é, che questo tanto è minore,

Adunque la linea inclinante, perche quanto piu uerso una perpendicolare inclina tanto piu fa l'angolo minore. farà il compagno tanto maggiore.

PROPOS. XX.

La linea inclinante perche quanto piu uerso l'una perpẽdicolare inclina fa l'angolo minore ella puo tanto inclinare. che faccia l'ãgolo minimo.

DE-

DEMOSTR.

Perche ſe elle non poteſſe tanto inclinare, che faceſſe l'angolo minimo, ne anche potrebbe tanto inclinare, che faceſſe l'angolo minore.

Ma dimoſtrato per la precedente ſi è che faccia l'angolo minore.

Adunque la linea inclinante, puo uerſo l'altra tanto inclinare, che faccia l'angolo minimo.

Cio è, di cui minore angolo non poſſa eſſere.

PROPOS. XXI.

La linea inclinãte, perche puo uerſo una perpendicolare tanto inclinare, che faccia l'angolo minimo, l'angolo compagno ſara fra linee inclinãti il maſsimo.

DEMOSTR.

Perche ſe il cõpagno delle inclinanti il maſſimo non foſſe l'altro nõ ſarebbe minimo.

Ma dimoſtrato per la precedente ſi è, che l'altro é minimo,

Adun-

Adunque la linea inclinante, perche puo tanto inclinare, che faccia l'angolo minimo, il compagno fra le inclinanti ſara il maſsimo.

PROPOS. XXII.

La linea inclinante, perche puo uerſo l'una delle perpendicolari, tanto inclinare, che faccia uerſo quella l'angolo minimo, e uerſo l'altro angolo delle inclinanti il maſsimo, ſe ella anche piu inclinera, niuno angolo farà, ma alla proſsima perpendicolare s'addattera, e con lei diuentera una.

DEMOSTR.

Perche ſe piu inclinando alcun angolo faceſſe, minere del minimo, il farebbe.

Ma per le coſe già dimoſtrate e diffinite, niente puo eſſere minor del minimo.

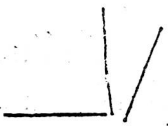
Adunque la linea inclinante, perche; puo piu inclinãdo fare angolo minimo ſe piu inclinera niun angolo fara, e con la proſ

ſima

sima addattãdosi, con lei diuentera una.

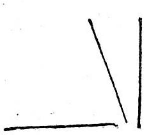
DELLA LINEA RIFVGGENTE.

Linea rifuggente è quella, che dal medesimo punto delle due perpendicolari, fuor di quelle non per diritto è tirata.



PROPOS I.

La linea rifuggente, perche dal medesimo punto di due perpendicolari, è fuor di quelle tirata, pone l'una di quelle fra se, e la compagna.



DEMOSTR.

Perche se l'una delle perpendicolari fra la rifuggente, e la compagna non restasse, la rifuggente non sarebbe tirata fuori di esse.

Ma per la diffinizione ella è tirata fuori d'esse.

Adunque la linea rifuggẽte perche dal medesimo punto delle perpendicolari, fuori di es-

dì esse e tirata pone l'una di esse fra se compagna.

PROPOS II.

La retta linea rifuggēte, perche pone l'una delle perpēdicolari, fra se e la compagna, fra se, e la di mezzo, un'angolo cagiona.

DEMOSR.

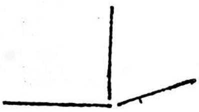
Perche se fra loro, angolo non si facesse, ella per diritto saria tirata.

Ma per la diffinizione sua, ella non è tirata per diritto.

Adunque la retta linea rifuggente, perche pone l'una delle perpendicolari, fra se, e la compagna, fra se, e la di mezzo vn angolo cagiona.

PROPOS. III.

La retta linea rifuggente, perche fra se e la dimezzo, un angolo cagiona, fra se e la compagna, due angoli farà.



DEMOSTR.

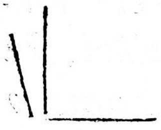
Perche se fra se, e la compagna due angoli non fossero, ne anche tra se e la di mezzo un angolo sarebbe.

Ma dimostrato per la precedente si è, ch'ella fra se, e la di mezzo, un angolo cagiona, e fra le due perpendicolari un'angolo era.

Adunque la retta linea rifuggente, perche fra se, e la di mezzo un angolo cagiona, fra se, e la compagna due angoli farà.

PROPOS. IIII.

La retta linea rifuggente, perche fra se e la compagna due angoli fa, quegli angoli ambedue presi insieme saran maggiori di un solo angolo retto.



DEMOSTR.

Perche se i due angoli, presi insieme, maggiori non fossero di un sol retto, l'angolo tra essa e la di mezzo, angolo nō sarebbe.

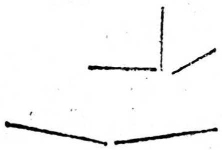
Ma dimostrato per la 11. si é che fra se e la di mez-

di mezzo un angolo cagiona.

Adunque la retta linea rifuggente, perche fra se, e la compagna due angoli cagiona, ambedue presi insieme saran maggiori di un sol retto.

PROPOS. V.

La retta linea rifuggente, perche fra se e la compagna, due angoli fa, che presi insieme, sono maggiori di un sol retto, se la di mezzo si torrà uia, un solo angolo le due prime si faranno, maggiore, del primo retto.



DEMOSTR.

Perche se quello di due, un solo diuenuto, del primo retto maggior nõ fosse, ne anco li due, che eran prima maggiori sarieno stati di un sol retto.

Ma dimostrato per la precedente si é, che i due presi insieme erano dì un sol retto maggiori.

Adunque la retta linea rifuggente, perche fra se, e la compagna due angoli fa, che presi; insieme, sono maggiori di un sol retto se la di mezzo si torra uia, un solo angolo li due primi si faranno, maggiore del primo retto.

Questo angolo maggiore del retto, gli antichi nominarono ottuso e sẽza dimostrarlo, supposero che del retto fosse maggiore. Ilche noi habbiamo dimostrato.

PROPOS. VI.

La retta linea rifuggente, perche fa l'angolo ottuso maggior del retto, ogni angolo ottuso, sarà maggiore d'ogni angolo retto.

DEMOSTR.

Perche se ogni angolo ottuso, non fosse maggiore d'ogni retto, ne anco l'ottuso sudetto, saria maggiore dell'angolo retto sopradetto, la stessa ragion essendo in tutti.

Ma dimostrato per la precedente si è che

l'ot

l'ottuso angolo é maggior del retto.

Adunque la retta linea rifuggente, perche fa l'angolo ottuso maggior del retto, ogni angolo ottuso, sara maggiore di ogni angolo retto,

PROPOS. VII.

La retta linea rifuggente, perche fa l'angolo ottuso, ch'è maggior del retto, se minimo spazzio dalla di mezzo rifuggirà, farà angolo ottuso minimo.

DEMOSTR.

Perche se minimo angolo ottuso non facesse, spazio minimo dalla di mezzo non, rifuggirebbe, ne ottuso angolo sarebbe.

Ma dimostrato già si è, ch'ella ottuso angolo fa, e per lo supposto, minimo spazio rifugge.

Adunque la retta linea rifuggente se minimo spazio dalla di mezzo rifuggirà farà angolo ottuso minimo.

PRO-

PROPOS. VIII.

La retta linea rifuggente, perche rifuggendo dalla di mezzo, puo far angolo ottuso minimo, se piu da lei rifuggirà, farà angolo ottuso, maggiore dell'ottuso minimo.

DEMOSTR.

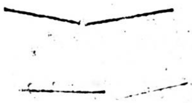
Perche se dalla di mezzo piu rifuggendo, non facesse angolo ottuso maggiore dell'ottuso minimo, ne anche il minimo primo, non hauerebbe fatto.

Ma dimostrato per la precedente si è, che rifuggēdo, angolo ottuso minimo ha fatto

Adunque la retta linea rifuggente, perche rifuggendo dalla di mezzo, puo far angolo ottuso minimo, se piu da lei rifuggirà, farà angolo ottuso maggiore dell'ottuso minimo.

PROPOS. IX.

La retta linea rifuggente, perche, dalla di mezzo piu rifuggendo puo fare angolo ot-



lo ottuſo maggiore dell'ottu ſo minimo, quanto ella più ri fuggirà, tanto l'angolo ottuſo farà maggiore.

DEMOSTR.

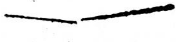
Perche ſe, quanto ella piu rifuggirà, tanto l'angolo ottuſo maggiore non faceſſe, ne anche maggiore del minimo l'hauerebbe fatto.

Ma dimoſtrato per la precedente ſi è, che più rifuggendo, maggiore angolo, del minimo ottuſo ha fatto,

Adunque la retta linea rifuggente, perche piu rifuggendo, maggiore angolo ottuſo, dell'ottuſo minimo puo fare, quanto piu rifuggirà, tãto l'angolo fara maggiore.

PROPOS. X.

La retta linea rifuggente, perche quanto piu rifugge, tanto maggiore l'angolo fa, ella tanto potrà rifuggire, che angolo ottuſo maſsimo uerrà a fare.



DE-

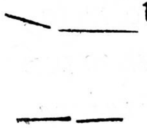
DEMOSTR.

Perche se ella tanto non potesse rifuggire, ne anche, quanto piu rifuggia, tanto maggiore angolo non haurebbe fatto.

Ma dimostrato per la precedente si é, che quanto piu si rifuggia tanto maggior angolo facea.

Adunque la retta linea rifuggente perche quanto piu rifuggia, tanto maggiore angolo facea; ella potrà tanto rifuggire, che angolo ottuso massimo uerrà a fare.

PROPOS. XI.



La retta linea rifuggente, perche puo tanto rifuggire, che angolo ottuso massimo uenga a fare, se piu rifuggirà, al diritto della compagna perpẽdicolare uerrà a porsi.

DEMOSTR.

Perche se al diritto di lei porsi non potesse, ne anche tanto rifuggire hauria potuto, che ottuso angolo massimo hauesse fatto,

Ma dimostrato per la precedente si è, ch'el

la tan-

la tanto rifuggire ha potuto, che angolo ottuso massimo ha fatto.

Adunque la retta linea rifuggente, perche tanto ha potuto rifuggire, che angolo ottuso massimo ha fatto,

S'ella più rifuggirà, al diritto della compagna perpendicolare uerrà a porsi.

PROPOS. XII.

La retta linea rifuggente, perche puo tãto rifuggire, che al diritto della compagna perpendicolare uenga a porsi, allora niuno angolo farà.

DEMOSTR.

Perche se ella alcun' angolo facesse, non si sarebbe al diritto alla compagna perpendicolare posta.

Ma dimostrato per la precedente si è che ella rifuggendo, al diritto della compagna perpendicolare uenne a porsi.

Adunque la retta linea rifuggente perche puo tanto rifuggire, che al diritto della

compagna perpendicolare, uenga a porsi, allora niuno angolo farà.

CORELARIO.

E posta per diritto a quella, a lei congiunta essendo, tutta una linea si farà seco.

RISOLVTIONE.

La retta linea rifuggente, puo con la compagna perpendicolare, tutta una linea diuenire.

E cio perche niuno angolo seco fa.

E cio perche al diritto a lei s'è posta.

E cio perche oltre all'angolo massimo è rifuggita.

E cio pche angolo massimo ha potuto fare.

E cio perche quanto piu rifuggia tanto maggiore angolo facea.

E cio perche dal minimo ottuso angolo piu rifuggendo, maggiore del minimo angolo facea

E cio perche dalla di mezzo per minimo spazio rifuggendo, minimo ottuso angolo facea.

E cio

E cio perche l'angolo ottuſo maggior
del retto ella facea

E cio perche ogni angolo ottuſo, maggio
re d'ogni retto ella facea.

E cio perche l'angolo ottuſo, maggior
del retto ella facea.

E cio perche i due angoli da lei fatti tol-
ta uia la di mezzo, un ſol angolo ſi fa-
cea ottuſo, e maggiore del primo retto

E cio perche li due inſieme preſi, eran
maggiori d'un ſol retto.

E cio perche fra ſe, e la compagna due an-
goli facea.

E cio, perche fra ſe, e la di mezzo un'ango
lo facea.

E cio perche ponea l'una delle perpendi-
colari fra ſe e la compagna.

E cio perche dal medeſimo punto delle
perpendicolari, ella fuora di eſſe ſi ti-
raua.

E cio perche la linea rifuggente è quella
cha dal medeſimo punto delle due per

pendicolari fuora di esse si tira.

RISOLVZIONE
DELLE INCLINANTI.

La linea inclinante puo una diuenire con una delle perpendicolari.

E cio perche le se puo addatare.

E cio pche piu del minimo angolo puo inclinare.

E cio pche puo minimo angolo formare

E cio perche puo minor angolo formare

E cio perche ogni angolo acuto è del retto minore.

E cio perche del retto è parte.

E cio perche fra due perpendicolari fa due angoli.

E cio perche ad ambedue è inclinante.

E cio perche fra loro è tirata.

E cio perche linea inclinante è quella che fra due perpendicolari si tira.

RISOLVZION
DELLE PERPENDICOLARI.

L'angolo puo essere compreso da rette li-

nee

nee, o inclinante, o rifuggente.
E cio perche o minore, o maggiore è del retto.
E cio perche retto non è.
E cio perche ad un retto non è uguale.
E cio perche i retti, tutti sono uguali tra loro.
E cio perche il retto, a se stesso è sempre uguale.
E cio perche ne minore di se si fa ne maggiore.
E cio perche il suo sito mai non uaria.
E cio perche sempre è retto.
E cio perche si puo da un punto due rette linee tirate, che retto e mezzano angolo comprendano.
E cio pche l'angolo fra due perpẽdicolari, e mezzano fra iclinazione & fugga.
E cio perche due linee da un pũto tirate fra il punto e le linee spazio è cõpreso.
E cio perche l'angolo e lo spazio fra due linee è al toccamento lor compreso.

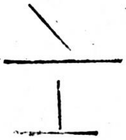
IL FINE.

NVOVA

GEOMETRIA DI FRANCESCO PATRICI.

Delle rette Linee cadenti, suttese.

LIBRO XI.



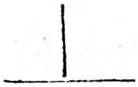
CADENTE retta linea io chiamo quella, che sopra un'altra retta linea cade, e con un suo estremo la tocca fra gli estremi. ouero Cadente linea è quella, che fra gli estremi di un'altra retta linea si tira.

Suttesa retta linea io chiamo quella, che

fra gli estremi dall'altra è tocca, o di fra gli estremi di cui, l'altra é tirata.

E di queste gli antichi, niuna contemplatione separatamente fecero.

PROPOS I.



Se una retta linea cadente, toccherà un'altra retta linea suttesa fra gli estremi, due parti di essa fa.

DEMOSTR.

Perche se due parti di essa non facesse, in uno de gli estremi la toccherebbe, o non la toccherebbe.

Ma ꝑ lo supposto, ella la tocca fra gli estremi.

Adunque se una retta linea cadente toccherà un'altra retta linea suttesa fra gli estremi due parti di essa fa.

PROPOS. II.

La retta linea cadente, perche toccando un'altra retta linea suttesa fra gli estremi, due parti di essa fa, quel

fa, quelle due parti, pur sono linee rette.

DEMOSTR.

Perche se linee rette elle non fossero, ne anche la suttesa retta linea sarebbe.

Ma per lo supposto ella è retta linea, e gia dimostrato si é, che le parti della retta linea, sono rette linee.

Adunque la retta linea cadente, perche toccando un'altra retta linea suttesa due parti di essa fa quelle due parti, pur sono rette linee.

PROPOS. III.

La retta linea cadente, perche toccando fra gli estremi della suttesa, due parti di essa fa, che rette linee so no, l'una sara di quà, e l'altra di la della cadente.

DEMOSTR.

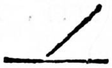
Perche se l'una di quà, e l'altra di là non fosse, in due parti, che linee rette fossero, diuisa non l'haurebbe.

Ma dimostrato per la precedente si è, ch'el la in due parti, che rette linee sono la diuide

Adunque la linea cadente, perche toccando fra gli estremi la suttesa, due parti di essa fa che rette linee sono, l'una sara di qua, e l'altra di la della cadente.

PROPOS. IIII.

La linea cadente, perche in due parti che rette linee sono diuide la suttesa che l'una è di quà, e l'altra di là di essa, fra se e le due parti, due angoli fa, l'uno di qua, e l'altro di la.



DEMOSTR.

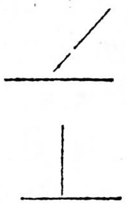
Perche se due angoli, l'uno di quà, e l'altro di là non facesse, le parti linee, della suttesa, non sarebbono l'una di qua e l'altra di là.

Ma dimostrato per la precedente si è, che le due parti, l'una di quà, e l'altra di là

ſono.˘ e già ſi dimoſtrò che fra due linee al toccamento loro angolo ſi fa.

Adunque la linea cadente, perche in due parti rette linee diuide la ſutteſa l'una di qua, e l'altra di là fra ſe e le due parti, due angoli farà, l'uno di qua e l'altro di la.

PROPOS. V.



La linea cadente, perche fra ſe e le due parti della ſutteſa, due angoli fa l'uno di qua, e l'altro di là que gl'angoli ſaranno, o retti, o a cuti, o ottuſi.

DEMOSTR.

Perche ſe quegli angoli, non foſſero, ne retti, ne acuti, ne ottuſi, niuno angolo ſarebbono. Perche non piu di queſte tre ſpezie angoli ſi truoua.

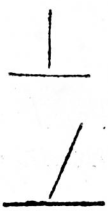
Ma dimoſtrato per la precedente ſi è, che due angoli ſi fanno.

Adunque la linea cadente, perche fra ſe e le due parti della ſutteſa due angoli fa

l'uno,

l'uno, di qua e l'altro di là, quegli angoli saranno, o retti, o acuti, o ottusi.

PROPOS. VI.



La linea cadente, perche fra se, e le due parti della suttesa due angoli fa, che sono, o retti, o acuti, o ottusi, ella puo essere cadente, a piombo, o perpendicolo, o nõ a piombo su la suttesa.

DEMOSTR.

Perche s'ella non potesse essere cadente, o a piombo, o non a piombo, non sarebbe fra se, e le due parti della suttesa, due angoli, che fossero, o retti, o acuti, o ottusi.

Ma dimostrato per la precedente si è, che i due angoli sono, o retti, o acuti, o ottusi.

Adunque la linea cadente, perche fra se e le due parti della suttesa due angoli fa, che sono o retti, o acuti, o ottusi ella puo essere cadente a piombo, o nõ a piombo su la suttesa.

E sia prima a piombo.

PROPOS. VII.

La linea cadente, ſe ſarà cadente a piombo ſu la ſutteſa, le due parti della ſutteſa, ſaranno anche a piombo alla cadente.

DEMOSTR.

Perche ſe le due parti della ſutteſa non foſſero anche a piombo alla cadente, ne anche ella ſarebbe loro a piombo,

Ma per lo ſuppoſto, la cadente é loro a piõbo, e già moſtrato ſi é, che ſe l'una linea é a piombo ad altra, anche queſta è a piombo a quella.

Adunque la linea cadente, ſe ſarà cadente ſu la ſutteſa, le due parti della ſutteſa, ſaranno anche a piombo alla cadente.

PROPOS. VIII.

La linea cadēte, pche e alle due parti della ſutteſa a piõbo, ed elle ſono a piõbo a lei, e due angoli fra lor cõpreſi, ſaranno angoli retti.

DE-

DEMOSTR.

Perche se i due angoli fra lor compresi, non fosser retti ne anche le linee, sarien tra loro a piombo.

Ma dimostrato per la precedente si è, che le linee sono tra loro a piombo,

Adunque i due angoli compresi fra tre linee a piombo sono retti.

PROPOS. IX.

CONVERSA

E se i due angoli fra tre linee compresi sono retti, anche le tre linee sono tra loro a piombo.

CORELARIO.

E lor seguirãno tutte le proprietà dimostrate a dietro, cosi delle linee ppẽdicolari, o a piõbo, come degli angoli retti

PROPOS. X.

La linea cadente se non è a piombo i due angoli, fra se e le due parti della suttesa, compresi, non sono retti.

DE-

DEMOSTR.

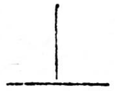
Perche se retti fossero, le linee tra loro sarieno a piompo.

Ma per lo supposto elle non sono a piombo.

Adunque i due angoli fra lor cōpresi, non sono retti.

PROPOS. XI.

La linea cadente, non a piombo, perche fa i due angoli fra se e le due parti della suttesa non retti, ella all'una delle parti inclina, e dall'altra rifugge.



DEMOSTR.

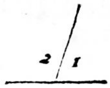
Perche se all'una delle due parti non inclinasse, e dall'altra non rifuggisse, ella farebbe gli angoli retti, e sarebbe a piōbo.

Ma dimostrato per la precedente si è che gli angoli non sono retti, ne ella a piōbo.

Adunque la linea cadente non ha piombo perche fa i due angoli, fra se e le due parti della suttesa, non retti ella all'una delle parti inclina e dall'altra rifugge.

PROPOS. XII.

La linea cadente non a piombo ſu la ſutteſa, perche all'una parte in clina, ui fa angolo acuto, e dall'altra, onde rifugge fa l'an golo ottuſo.



DEMOSTR.

Perche ſe onde rifugge angolo ottuſo, e oue inclina angolo acuto non faceſſe, ne eſſa inclinerebbe ne rifuggirebbe, e gli angoli due ſarieno retti.

Ma dimoſtrato per la precedente ſi é, che ella ad una parte inclina e dall'altra ri fugge, e per la XI. che gli angoli nõ ſono retti. e già ſi dimoſtrò che le inclinanti fa ceano l'angolo acuto, e la rifuggente an- golo ottuſo.

Adunque la linea cadente alla parte oue inclina, fa angolo acuto, e dalla parte onde rifugge fa angolo ottuſo.

PROPOS. XIII.

La linea cadente, perche alla parte oue

incli-

inclina, fa angolo acuto, e alla parte onde rifugge fa angolo ottuso l'acuto minore del retto, e l'ottuso maggior del retto saranno.

DEMOSTR.

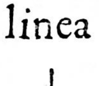
Perche se l'acuto minore non fosse del retto. e l'ottuso maggior del retto, ne quello acuto, ne quello ottuso sarieno.

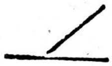
Ma dimostrato per la precedente s'é, che l'uno è acuto, e l'altro ottuso, e già si dimostrò che ogni acuto, minore & ogni ottuso maggiore erano d'ogni retto.

Adunque la linea cadente alla parte oue inclina su la suttesa angolo acuto facendo il fa minor di un retto, e alla parte, onde rifugge angolo ottuso facendo il fa maggior di un retto.

PROPOS. XIIII.

La linea cadente non a piombo su la suttesa perche l'angolo oue inclina fa acuto e minor di un





retto & onde riſugge il fa ot-
tuſo maggior di un retto trã-
bedue preſi inſieme ſono a
due retti uguali.

D E M O S T R.

Perche ſe trambe due preſi inſieme nõ foſſero a due retti non foſſero, la medeſima cadente non potrebbe, e a piombo, e non a piombo ſul medeſimo punto cader della ſutteſa.

Ma per li ſuppoſti, puo e a piombo, e non a piombo cader ſu la ſutteſa, e a piombo due angoli retti fa, e non a piombo, un minore, e un maggiore di un retto fa.

Adunque la medeſima cadente perche a piombo due angoli retti fa, non a piombo, due angoli fara un minore & un maggior d'un retto, e trambedue preſi inſieme, a due retti, uguali.

E queſta e parte della XIII. d'Euclide.

I L F I N E.

X NVO-

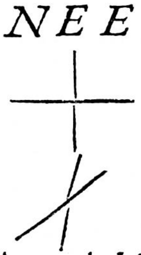
NUOVA

GEOMETRIA DI FRANCESCO PATRICI.

Delle rette Linee intersecantisi.

LIBRO XII.

LINEE rette intersecantisi sono quelle che si toccano fra i loro estremi.



Di queste, gli antichi Geometri Talete prima, ed Euclide poi non piu ch'una, cōtemplazione fecero.

PRO-

PROPOS I.

Due rette linee interſecantiſi da un ſol punto del toccamento quattro parti di ſe fanno che quattro rette linee rimangono.

DEMOSTR.

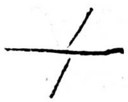
Perche ſe al toccamento quattro parti di ſe non faceſſero, fra gli eſtremi loro non ſi toccherebbono.

Ma per la lor diffinitione elle fra gli eſtremi lor ſi toccano.

Adunque due rette linee interſecãtiſi perche fra gli eſtremi lor ſi toccano dal toccamento, quattro parti di ſe fanno, che quattro rette linee rimangono.

PROPOS II.

Due rette linee interſecantiſi, perche dal toccamento, quattro parti di ſe fanno che rette linee rimangono quanto due di eſſe, ſaran tra loro o perpendicolari, o clinanti, o rifuggenti, tãto ſarãno l'altre due.



DEMOSTR.

Perche se cosi non fossero rette linee non rimarebbono.

Ma dimostrato per la precedente si è, ch'el le rette linee rimangono.

Adunque due rette linee intersecãtisi perche dal toccamento, quattro parti di se fanno, che rette linee rimangono quanto due di esse saran tra loro o perpendicolari, o inclinanti, o rifuggenti, tanto saranno l'altre due.

PROPOS. III.

Due rette linee intersecãtisi, perche quattro parti di se fanno, che quattro rette linee rimangono, o perpendicolari, o inclinanti, o rifuggenti a due a due, quattro angoli fra lor comprendono.

DEMOSTR.

Perche se quattro angoli fra loro non facessero, alle quattro linee rette non sarebbono

bono, ne perpendicolari, ne inclinanti, ne riſuggenti.

Ma dimoſtrato per la precedente ſi é, che quattro rette linee ſono, o perpendicolari, o inclinanti, o riſuggenti.

Adunque due rette linee interſecantiſi, per che quattro parti di ſe fanno che quattro rette linee rimangono o perpendicolari, o inclinanti, o riſuggenti, a due a due; quattro angoli fra lor comprendono.

Diciam prima delle perpendicolari.

PROPOS. IIII.

Due rette linee a piombo interſecantiſi, perche quattro angoli comprendono, tutti e quattro ſaranno retti.

DEMOSTR.

Perche ſe tutti e quattro retti non foſſero, da linee a piombo interſecantiſi non ſarebbon fatti.

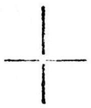
Ma per lo ſuppoſto, da linee a piombo interſecantiſi, ſono fatti.

Adun-

Adunque due rette linee, a piombo intersecantisi, perche quattro angoli cõprendono, tutti e quattro saranno retti.

PROPOS. V.

Due rette linee, a piombo intersecantisi perche quattro angoli tutti e quattro retti fanno, tutti e quattro saranno l'uno all'altro uguali.



DEMOSTR.

Perche se tutti e quattro non fossero l'uno a l'altro uguali, ne anche tutti e quattro, retti sarebbono.

Ma dimostrato per la precedente si è, che tutti e quattro sono retti;

Adunque due rette linee a piombo intersecantisi, perche quattro angoli retti fanno, tutti e quattro saranno l'uno all'altro uguali.

PROPOS. VI.

Due rette linee e a piombo intersecantisi, perche fanno quattro angoli l'uno al-

l'al-

l'altro vguali, i due conſeguenti ſaranno anche tra loro vguali.

Conſeguenti angoli chiamo, i due che ſono ſopra la ſutteſa o ſotto

DEMOSTR.

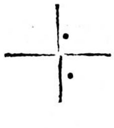
Perche ſe i due conſeguenti non foſſero tra loro vguali, ne anche tutti e quattro ſarebbono l'uno all'altro uguali.

Ma dimoſtrato per la precedente ſi è che tutti e quattro ſono l'uno all'altro uguali

Adunque due rette linee a piombo interſecantiſi, perche fanno quattro angoli l'uno all'altro uguali, i due conſeguenti ſaranno anche tra loro uguali

PROPOS. VII.

Due rette linee a piombo interſecantiſi perche fanno i quattro angoli l'uno all'altro uguali, anche i due contrapoſti, ſono tra loro uguali.



Angoli contrapoſti chiamo quelli, che l'uno è ſopra e l'altro ſotto alla ſutteſa, am-

ſa, ambedue da un lato.

DEMOST R.

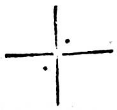
Perche ſe i due contrapoſti non foſſero tra loro uguali, ne ancho tutti e quattro ſarebbono l'uno all'altro uguali.

Ma dimoſtrato ſi è, che tutti e quattro ſono l'uno all'altro uguali.

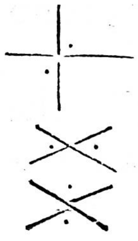
Adunque due rette linee a piombo interſecantiſi, perche tutti e quattro gli angoli fanno l'uno all'altro uguali, anche i due contrapoſti, ſaranno fra loro uguali.

PROPOS. VIII.

Due rette linee a piombo interſecantiſi perche fanno quattro angoli l'uno a l'altro uguali anche i due coalterni ſaranno tra loro uguali.



Angoli coalterni ſono quelli, che anche gli antichi coſi chiamarono che ſono l'uno di ſopra l'altro di ſotto della ſutteſa, non dal medeſimo lato ambe due.



DE-

DEMOSTR.

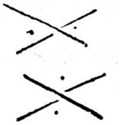
Perche se i coalterni non fossero tra loro uguali, ne anche i quattro angoli sarebbono l'uno all'altro vguali.

Ma dimostrato si è, che l'uno all'altro i quattro sono uguali.

Adunque due rette linee a piombo intersecantisi, perche fanno quattro angoli l'uno all'altro uguali, anche i due coalterni saranno fra loro uguali.

PROPOS. IX.

Due rette linee, non a piõbo ma per oblico intersecantisi, tanto a due lati saranno inclinanti quanto da gli altri due saranno rifuggenti.



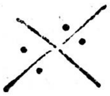
DEMOSTR.

Perche se a due lati non inclinassero, da gli altri due non rifuggissero, elle si intersecariano a piombo.

Ma per lo supposto elle non a piombo si intersecano, ma per oblico.

Adunque due rette linee non a piombo ma per oblico interſecantiſi, tanto a due lati ſaranno inclinanti, quanto da gli altri due ſaranno rifuggenti.

PROPOS. X.



Due rette linee per oblico interſecantiſi, quattro angoli fra ſe comprendono.

DEMOSTR.

Perche ſe quattro angoli fra ſe non cōprendeſſero, ne anche ſi interſecherieno.

Ma per lo ſuppoſto elle ſi interſecano.

Adūque due rette linee, per oblico interſecātiſi, quattro angoli fra ſe cōprendono.

PROPOS. XI.

Due rette linee per oblico interſecantiſi perche non a piombo ſi interſecano, quattro angoli, non retti, ma a quattro retti uguali fanno.

DEMOSTR.

Perche ſe a quattro retti uguali non gli faceſſero, ne anco la cadēte oblica ſopra la

ſut-

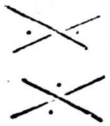
suttesa due angoli, a due retti uguali, non sarebbe.

Ma dimostrato già si è, che la cadente obli ca sopra la suttesa due angoli, a due retti uguali fa, e questi sono due tanti e del la stessa specie.

Adunque due rette linee per oblico intersecantisi, perche non a piombo s'intersecano quattro non retti, ma a quattro retti uguali fanno.

PROPOS. XII.

Dne rette linne per oblico intersecantisi



perche quattro angoli a quattro retti uguali fanno, due di essi saranno acuti, e due ottusi.

DEMOSTR.

Perche se i due acuti, e due ottusi nõ fossero, ne a quattro retti uguali, ne due inclinãti, e due rifuggenti le linee sarebbono.

Ma dimostrato si è ꝑ la precedēte che uguali a quattro retti sono, e già che due erano le inclinanti, e due le rifuggenti linee.

Adunque due rette linee per oblico interſecantiſi, perche quattro angoli, a quattro retti uguali fanno due ſaranno acuti, e due ottuſi.

PROPOS. XIII.

Due rette linee, per oblico interſecantiſi

Perche due angoli acuti, e due ottuſi fanno, i conſeguenti, uno acuto, e un ottuſo ſono.

DEMOSTR.

Perche ſe i conſeguenti uno acuto, e uno ottuſo non foſſero ne anche due acuti, e due ottuſi quelle linee farebbono.

Ma dimoſtrato per la precedente ſi é, che due acuti a due ottuſi elle fanno.

Adunque due rette linee per oblico interſecantiſi, perche due angoli acuti, e due ottuſi fanno, i conſeguenti, uno acuto, e uno ottuſo ſono.

PROPOS. XIIII.

Due rette lince per oblico interſecantiſi

perche

perche fanno i conseguenti uno acuto, e uno ottuso, anche i contraposti, uno acuto, et uno ottuso sono.

DEMOSTR.

Perche se i contraposti uno acuto, e uno ottuso non fossero, ne anche i conseguenti, uno acuto, et uno ottuso sarebbono.

Ma dimostrato per la precedente si è, che i conseguenti uno acuto, et uno ottuso sono

Adunque due rette linee per oblico intersecantisi, perche fanno i conseguenti uno acuto, & uno ottuso, anche i contraposti uno acuto, & uno ottuso sono.

PROPOS. XV.

Due rette linee per oblico intersecantisi perche fanno i conseguenti, e i contraposti, uno acuto, & uno ottuso, e questi e quelli sono per se ciascuno a due retti uguali.

DEMOSTR.

Perche se non fossero i conseguenti a due

retti

retti uguali, e i contraposti similmente a due retti uguali, essi non sarebbono, uno acuto, e un'otttuso per ciascuno.

Ma dimostrato per le due precedenti si é, che essi sono, uno acuto, & uno ottuso per ciascuno.

Adunque due rette linee per oblico intersecantisi, perche fanno i conseguenti, & contraposti uno acuto, & uno ottuso, essi sono per se ciascuno a due retti uguali.

PROPOS. XVI.

Due rette linee per oblico intersecantisi perche fa per se ciascuno, i consegueti e i contraposti a due retti uguali gli saranno anche fra loro uguali.

DEMOSTR.

Perche se i conseguenti e i contraposti fra loro, non facessero uguali, ne anche ciascuno sarebbe a due retti uguali.

Ma dimostrato per la precedente si è, che essi sono p se ciascuno a due retti uguali.

Adunque due rette linee, per oblico interse

cantisi,

cantisi, perche fa per se ciascuno, i conseguenti, e i contraposti a due retti uguali gli faranno anche fra loro uguali.

PROPOS. XVII.

CHE E' LA XV. DI EVCLIDE.

Due rette linee per oblico intersecantisi perche fanno i conseguenti, e i contraposti fra loro uguali, faranno anche i coalterni fra loro uguali.

DEMOSTR.

Perche se i coalterni non fossero fra loro uguali, ne anco i cõseguenti, e i contraposti sarieno tra loro uguali de quali i coalterni sono parti.

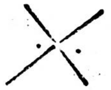
Ma dimostrato per la precedente si è, che i conseguenti, e i contraposti, sono tra loro uguali.

Adũque due rette linee ꝑ oblico intersecantisi, perche fanno i conseguenti, e i contraposti fra loro uguali, farãno anche i coalterni, fra loro uguali che sono loro parti.

PRO-

PROPOS. XVIII.

Due rette linee per oblico interſecantiſi perche fanno i coalterni fra loro uguali faranno anche, i coalterni acuti fra loro uguali, ma di due retti minori.



DEMOSTR.

Perche ſe i coalterni acuti non foſſero fra loro uguali, ma di due retti minori. ne anche i coalterni ſarebbono tra loro uguali, ne ogni angolo acuto minore di ogni retto.

Ma dimoſtrato ſi é per la precedente, che i coalterni ſono fra loro uguali, e gia ſi dimoſtrò, che ogni acuto era minore d'ogni retto.

Adunque due rette linee per oblico interſecantiſi, perche fanno i coalterni fra loro uguali faranno anche i coalterni acuti fra loro uguali, ma minori di due retti.

PROPOS. XIX.

Due rette linee, per oblico interſecantiſi

perche

perche ſanno i coalterni acuti fra loro vguali, ma minori di due retti, ſaranno anche i coalterni ottuſi fra loro uguali, e maggiori di due retti.

DEMOSTR.

Perche ſe i coalterni ottuſi non foſſero fra loro uguali, e maggiori di due retti, ne anche i coalterni acuti ſarieno tra loro vguali, e minori di due retti.

Ma dimoſtrato per la precedente ſi è che i coalterni acuti ſono tra loro uguali, e minori di due retti. è per la XVI. che i coalterni ſono tra loro vguali: e già sì dimoſtrò, che ogni ottuſo era d'ogni retto maggiore.

Adunque due rette linee per oblico interſecãtiſi perche fanno i coalterni acuti fra loro vguali, ma minori di due retti, faranno ànche i coalterni ottuſi fra loro vguali, ma maggiori di due retti.

RISOLVZIONE

Due ottusi coalterni sono fra loro uguali, e maggiori di due retti.

E ciò perche i coalterni acuti sono fra loro uguali, ma minori di due retti.

E cio perche i coalterni sono fra loro uguali.

E ciò perche i conseguenti, e i contraposti sono fra loro uguali.

E ciò perche ciascuno di essi per se, sono a due retti uguali.

E ciò perche i contraposti sono uno acutò, e l'altro ottuso.

E ciò perche anco i conseguenti sono uno acuto, e l'altro ottuso.

E ciò perche di quattro oblichi, due sono acuti, e due ottusi.

E ciò perche i detti quattro oblichi, retti non sono, ma a qnattro retti uguali

E ciò perche le linee intersecantisi a due lati inclinãti, e da due rifuggenti sono.

Delle

Delle due rette linee a piombo intersecantisi, e i coalterni, e i contraposti, e i conseguenti, tutti sono fra loro vguali

IL FINE.

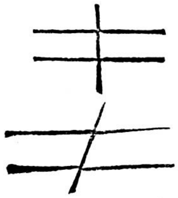
NVOVA

GEOMETRIA DI FRANCESCO PATRICI.

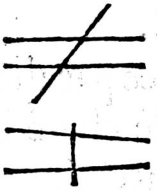
D'una retta Linea, due rette Linee Parallele intersecāte.

LIBRO XIII.

VNA retta linea, che due altre rette linee intersechi, o è a piombo ad ambedue, o ad ambedue; oblica, o ad vna oblica, all'altra a piōbo.



Le due

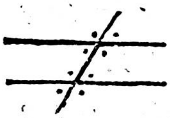


Le due rette linee, da vn'altra retta linea intersecate, o sono parallele, ò inclinanti.

Diciam prima delle parallele intersecate, delle quali gli antichi, alcune contemplazione fecero.

PROPOS I.

Se vna retta linea, due altre rette linee interseca, intorno alla intersezione di ambedue, otto angoli farà.



DEMOSTR.

Perche se otto angoli intorno all'intersezione di ambedue non facesse, ne anche intorno alla intersezione di vna, quattro angoli non si farebbono.

Ma dimostrato già sì è, che intorno alla intersezione di vna quattro angoli si fãno Adũque perche una retta linea, due altre rette linee interseca, intorno alla intersezione di ambe due, otto angoli si farãno.

PRO-

PROPOS II.

Vna retta linea, due rette linee parallele

intersecante, se ella è loro a piombo, tutti gli otto angoli saranno retti.

DEMOSTR.

Perche se tutti gli otto angoli non fosser retti, da linea a piòmbo non sarebbon fatti.

Ma per lo supposto da linea a piombo sono fatti: e già dimostrato si é, che le linee a piombo sempre fanno angoli retti.

Adunque vna retta linea, due rette linee parallele intersecante, se ella e loro a piombo, tutti gli otto angoli sarãno retti.

CORELARIO.

E tutte le condizioni, e qualità che delle linee a piombo, o perpendicolari, e degli angoli retti, si sono dimostrate, lor conseguiranno, come è che tutti sieno tra loro vguali, e i coalterni, e i conseguenti, e i contraposti, & l'altre tutte proprietà loro.

PRO

PROPOS. III.

Vna retta linea, non perpendicolare, due rette linee parallele intersecante niuno de gli otto angoli fara retto.

DEMOSTR.

Perche, se alcuno retto ne facesse, la intersecante saria perpendicolare.

Ma per lo supposto, ella nõ è perpẽdicolare.

Adunque vna retta linea, non perpendicolare, due rette linee parallele intersecante, niuno de gli otto angoli farà retto.

PROPOS. IIII.

Vna retta linea, per oblico due rette linee parallele intersecãte, perche niuno de gli otto angoli fa retto, tutti otto ad otto retti gli fara vguali.

DEMOSTR.

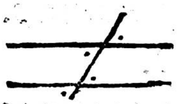
Perche se ad otto retti non gli facesse vguali, anco nella intersezione di una retta, quattro non ne farebbe a quattro retti vguali.

Ma di

Ma dimostrato già si é, che quattro ne fa a quattro retti vguali.

Adūqne una retta linea per oblico due rettlinee parallele intersecante, perche niuno de gli otto angoli fa retto, tutti otto ad otto retti gli farà vguali.

PROPOS. V.



Vna retta linea per oblico due rette linee parallele intersecante, perche otto angoli fa ad otto retti vguali, quattro diessi sono acuti, e quatto ottusi. due intrinsechi fra le parallele, e due a loro estrinsechi.

DEMOSTR.

Perche se quattro acuti, e quattro ottusi non fossero, anche gli otto ad otto retti non sarieno vguali,

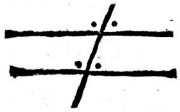
Ma dimostrato per la precedente si é, che gli otto, sono ad otto retti vguali.

Adunque vna retta linea, per oblico due

rette linee parallele interſecante; perche otto angoli fa, ad otto retti vguali, quattro di eſsi ſono acuti, e quattro ottuſi, due di dentro, e due di fuora.

PROPOS. VI.

Vna retta linea per oblico due rette linee parallele interſecãte, perche fa quattro angoli acuti e, quattro ottuſi, due di fuora e due di dentro, fa i conſeguenti, due acuti, e due ottuſi dentro e di fuora.



DEMOSTR.

Perche ſe due acuti e due ottuſi i cõſeguenti non foſſero, ne anche farebbe quattro acuti, e quattro ottuſi, due di dentro, e due di fuora.

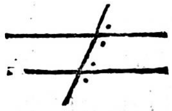
Ma dimoſtrato per la precedente ſi é, che quattro acuti, e quattro ottuſi fa, due di dentro, e due di fuora.

Adunque vna retta linea per oblico, due rette linee parallele interſecante, perche quattro acuti, e quattro ottuſi fa due di

dentro e due di fuora, fa anche i conseguenti due acuti, e due ottusi dentro e di fuora.

PROPOS. VII.

Vna retta linea per oblico due rette parallele intersecante, perche fa i cõeguenti due acuti, e due ottusi dentro e di fuora fara anco i contraposti due acuti e due ottusi.



DEMOSTR.

Perche se i contraposti non facesse due acuti, e due ottusi, ne anche i conseguenti due acuti, e due ottusi sarebbono.

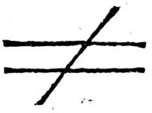
Ma dimostrato per la precedente si e, che i conseguẽti, due acuti; e due ottusi sono.

Adunque una retta linea per oblico due rette linee parallele intersecante perche fa gli angoli cõseguenti due acuti, e due ottusi, fa anco i contraposti due acuti e due ottusi.

PRO-

PROPOS. VIII.

Vna retta linea, per oblico due rette linee parallele interſecante, perche fa gli angoli conſeguenti, e contrapoſti due acuti, e due ottuſi, fa ch'eſsi ſono per ſe ciaſcuno, a quattro retti vguali.



DEMOSTR.

Perche ſe per ſe ciaſcuno, a quattro retti non foſſero vguali, eſſi ne anche ſarebbono, due acuti, e due ottuſi per ciaſcuno.

Ma dimoſtrato per le due precedenti ſi è, ch'eſſi ſono due acuti, e due ottuſi per ciaſcuno.

Adunque vna retta linea per oblico due rette linee parallele interſecante, perche fa gli angoli conſeguenti, e i contrapoſti due acuti, e due ottuſi, fa ch'eſſi ſono per ſe ciaſcuno a quattro retti vguali.

PROPOS. IX.

Vna retta linea, per oblico due rette li-

nee parallele interſecante, perche fa gli angoli conſegnenti, e i contrapoſti, per ſe ciaſcuno a quattro retti vguali, gli farà anche tra loro uguali.

DEMOSTR.

Perche ſe anche fra loro non gli faceſſe vguali, ne anche a quattro retti, ſarebbono vguali.

Ma dimoſtrato per la precedente ſi é, ch'eſſi ſono per ſe ciaſcuno a quattro retti vguali.

Adunque vna retta linea per oblico due rette linee parallele interſecante, perche fa gli angoli conſeguenti, e i contrapoſti per ſe ciaſcuno, a quattro retti vguali, gli farà anche fra loro vguali.

PROPOS. X.

Vna retta linea per oblico due rette linee parallele interſecante, perche fa i conſe-

guenti

guenti e contraposti angoli fra loro uguali, farà anche i coalterni fra loro uguali.

DEMOSTR.

Perche se i coalterni non facesse fra loro vguali, ne anco i conseguenti, ne i contraposti sarieno tra loro vguali, de quali i coalterni sono parti.

Ma dimostrato per la precedente si è, che i conseguenti, e i contraposti sono fra loro vguali.

Adũque vna retta linea ꝑ oblico due rette linee parallele intersecãte, perche fa i cõseguenti, e i cõtraposti fra loro uguali, farà anche i coalterni fra loro vguali.

PROPOS. XI.

Vna retta linea per oblico due rette linee

parallele intersecãte, perche fa i coalterni fra loro uguali, farà anche i coalterni acuti fra loro vguali, ma di quattro retti minori.

DE-

DEMOSTR.

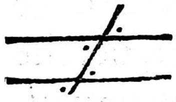
Perche se i coalterni acuti non fossero tra loro vguali, e di quattro retti minori, ne anco i coalterni sarieno tra loro vguali ne ogni angolo acuto, minore d'ogni retto

Ma dimostrato per la precedente si è, che i coalterni sono fra loro vguali. e già si dimostrò ch'ogni acuto angolo minore era di ogni retto:

Adũque vna retta linea, per oblico due rette linee parallele intersecante, perche fa i coalterni fra loro uguali, farà anche i coalterni acuti fra loro vguali, ma di quattro retti minori.

PR POS. XII.

Vna retta, linea per oblico due rette linee parallele intersecãte, perche fa i coalterni acuti fra loro vguali, ma di quattro retti minori, farà anche i coalterni ottusi fra loro vguali, e di quattro retti maggiori.



DEMOSTR.

Perche se i coalterni ottusi non facesse fra loro vguali, e di quattro retti maggiori, ne anche i coalterni acuti, non sarieno fra loro vguali, ne di quattro retti minori.

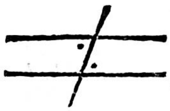
Ma per la precedente dimostrato si è, che i coalterni acuti, sono fra loro vguali, e di quattro retti minori:

Adunque vna retta linea per oblico due rette linee parallele intersecante, perche fa i coalterni acuti fra loro vguali, ma di quattro retti minori: farà anche i coalterni ottusi fra loro vguali e di quattro retti maggiori.

PROPOS. XIII.

LA 27. DI EVCLIDE.

Vna retta linea per oblico due rette linee intersecãte, perche fa gli angoli coalterni intrinseci tra loro uguali le due rette sono parallele.



DE-

DEMOSTR.

Perche se le due rette parallele non fossero, gli angoli intrinseci coalterni, non sarebbono tra loro vguali,

Ma dimostrato per le tre precedēti si é, che gli angoli coalterni sono tra loro vguali.

Adūque vna retta linea per oblico due rette linee intersecante, perche fa gli angoli intrinseci coalterni fra loro vguali, le due rette sono parallele.

E questa é la conuersa delle tre antecedente.

PROPOS. XIIII.

LA 28. DI EVCLIDE.

Vna retta linea, per oblico, due rette līnee intersecante, se farà un angolo intrinseco, vguale al l'opposto estrinseco, le due rette sono parallele.

DEMOSTR.

Perche se le due rette non fossero parallele, ne anche vn angolo intrinseco, sarebbe

vguale

vguale all'oppoſto intrinſeco.

Ma dimoſtrato per la VIIII. di queſto ſi é di cui queſta è parte, che i contrapoſti ſono tra loro vguali.

Adunque vna retta linea per oblico due rette linee interſecante, ſe farà vn angolo intrinſeco, vguale all'oppoſto eſtrinſeco, le due rette ſono parallele.

PROPOS. XV.

LA 2. PARTE DELLA DETTA

Vna retta linea per oblico due rette linee interſecãte, ſe fara due angoli

poſti da una parte, a due retti vguali, le due rette, ſaranno parallele.

DEMOSTR.

Perche ſe elle non foſsero parallele, ne anche i due angoli poſti da vna parte, che pur ſono contrapoſti, a due retti vguali non ſarebbono.

Ma dimoſtrato per la VIII di queſto ſi è che i contrapoſti ſono a quattro retti v-

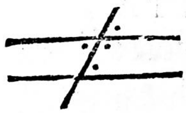
guali, de quali questi sono parte.

Adunque vna retta linea per oblico due rette linee intersecante, se fara due angoli posti da vna parte a due rette linee, sono parallele.

PROPOS. XI.

LA 29. DI EVCLIDE, CONVERSA alle due precedenti.

Vna retta linea per oblico due rette linee parallele intersecante, se farà i due angoli coalterni tra loro vguali, e l'angolo estrinseco all'intrinseco opposto sarà vguale, i due angoli intrinseci da vn lato posti, a due retti sarann'vguali.



DEMOSTR.

Perche se i due angoli intrinseci da un lato posti, a due retti non fossero vguali, ne anche i quattro contraposti a quattro retti non sarieno vguali.

Ma dimostrato per la VIII. di questo si è che i quattro contraposti (di cui questi

due,

due, ſono parte) a quattro retti ſono vguali.

Adunque vna retta linea per oblico due rette linee parallele interſecante, perche fa i quattro angoli contrapoſti a quattro retti vguali, farà anco due contrapoſti a due retti vguali.

La riſolutione delle noſtre XII. ſi farà appunto nel modo, che ſi é fatta nel precedente libro. duplicando ſolamente gli angoli.

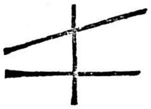
IL FINE

NVOVA

GEOMETRIA DI FRANCESCO PATRICI.

D'una retta Linea, Due rette linee inclinanti intersecãte

VNA retta linea, che due altre rette linee inclinãti intersechi, puo essere ad vna a piõbo, e all'altra oblica, o ad ambedue oblica, delle quali tacquero gli antichi.



Diciam prima delle due prime, a piombo, e oblica.

PRO-

PROPOS. I.

Vna retta linea, due rette linee inclinãti intersecante, pche ad vna e oblica, e all'altra è a piõbo, tutte le proprietà lor seguirãno che delle lor simili si sono a dietro, delle linee intersecãtisi, dimostrate.

DEMOSTR.

Perche se tutte quelle proprietà loro non se guissero, ne anche seguirebbono alle intersecanti adietro dimostrate.

Ma nel XII. si sono dimostrate le proprietà delle tali linee intersecantisi.

Adunque quelle tutte a queste, e obliche, e a piombo si dimostreranno.

Ma queste di proprie condizioni hauranno le seguenti.

PROPOS II.

Vna retta linea, due rette linee inclinate,

l'una a piombo, l'altra oblico intersecante fa i due angoli estrinseci uerso l'inclinatione vno ottuso e l'altro retto.

DE-

DEMOSTR.

Perche se l'uno ottuso, e l'altro retto non fosse, ne la rifuggente sarebbe angolo ottuso, ne la a piombo retto.

Ma per lo supposto l'una è a piombo, e l'altra all'inclinazione rifuggente.

Adūque una retta linea, due rette linee inclinate l'una a piōbo, e l'altra obblico intersecāte, fa i due angoli estrinseci uerso l'inclinazione l'uno ottuso, e l'altro retto

PROPOS. III.

Vna retta linea, due rette linee inclinate

l'vna a piōbo, e l'altra oblico intersecāte perche i due angoli estrinseci uerso l'inclinazione fa uno ottuso e l'altro retto, ambedue īsieme sono maggiori di due retti

DEMOSTR.

Perche se maggiori di due retti ambedue insieme non fossero, l'ottuso non sarebbe maggior di vn retto, ne vn retto vguale a vn retto.

Ma

Ma dimoſtrato già ſi è, ch'ogni ottuſo è maggiore d'ogni retto, et ogni retto vguale ad ogni retto.

Adunque vn ottuſo e vn retto, ſaran maggiori di due retti.

PROPOS. IIII.

Vna retta linea, due rette linee inclinate l'una a piombo e l'altra oblico interſecante, perche i due angoli eſtrinſeci uerſo l'inclinazione fa l'uno ottuſo e l'altro retto, & percio ambedue inſieme maggiori di due retti, fara i due intrinſeci dal medeſimo lato vno acuto, e l'altro retto.

DEMOSTR.

Perche ſe l'uno acuto, e l'altro retto non faceſſe, ne l'inclinazione farebbe angoli acuti, ne la apiombo retti.

Ma dimoſtrato già ſi è l'uno e l'altro.

Adunque vna retta linea, due rette linee inclinante l'una a piombo, e l'atra oblico inter-

intersecãte, ꝑche i due angoli estrinseci uerso l'inclinatione fa l'uno ottuso, e l'altro retto, e percio ambedue maggiori dì due rette farà i due intrinseci dal medesimo lato, vno acuto e l'altro retto.

PROPOS. V.

Vna retta linea, due rette linee inclinate

l'una a piombo, e l'altra oblico, intersecante, perche fa i due angoli intrinseci uerso l'inclinazione, l'vno acuto, e l'altro retto, ambedue insieme presi sono minori di due retti.

DEMOSTR.

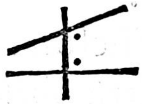
Perche se minori non fossero di due retti, l'acuto non sarebbe minor di vn retto, ne vn retto vguale a vn retto.

Ma dimostrato gia si é, che ogni acuto è minore di ogni retto & ogni retto vguale ad ogni retto.

Adunque un angolo a cuto, e vn retto sarãno, ambedue presi, minori di due retti.

PRO-

PROPOS. VI.



Vna retta linea, due rette linee inclinatè intersecante l'vna a piombo, e l'altra oblico, perche fa i due angoli intrinseci uerso la incli nazione l'uno acuto, e l'altro retto: fara i due loro conseguēti intrinseci uer so l'apertura l'uno ottuso e l'altro retto. e percio maggiori di due retti.

DEMOSTR.

Perche se l'vno ottuso e l'altro retto non fossero, i conseguenti oblichi l'vno acuto, e l'altro ottuso non sarebbono, ne l'ottuso maggior di vn retto, ne il retto vguale al retto.

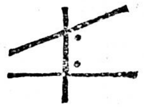
Ma dimostrato già si è, tutto cio esser uero.

Adunque vna retta linea, due rette linee inclinate l'vna a piombo, e l'altra oblica, intersecante, perche fa i due angoli intrinseci uerso la inclinazione l'vno acuto, e l'altro retto; fara i due loro conseguēti intrinseci uerso l'apertura l'uno otttuso, e

so, e l'altro retto, & percio maggiori di due retti.

PROPOS. VII.

Vna retta linea, due rette linee inclinate l'vna a piombo, e l'altra oblico intersecãte, perche fa i due angoli intrinseci conseguenti uerso l'apertura l'uno ottuso, e l'altro retto, e percio maggiori di due retti, farà anche gli estrinseci loro cõtraposti l'uno acuto e l'altro retto, e percio minori di due retti.



DEMOSTR.

Perche se l'uno acuto non fosse, e l'altro retto, i contraposti oblichi non sarebbono l'uno acuto e l'altro ottuso. ne retti i retti

Ma cio gia si é dimostrato esser uero.

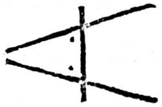
Adunque vna retta linea, due rette linee inclinate l'una a piombo e l'altra oblica intersecãte perche fa i due angoli intrinseci conseguenti verso l'apertura, l'uno

ottuso

ottuso e l'altro retto, e percio maggiori di due retti: sara anche gli estrinseci loro contraposti l'uno acuto, e l'altro retto, e perciò minori di due retti.

PROPOS. VIII.

Vna retta linea due rette linee inclinate, ambedue per oblico intersecã te i due angoli intrinseci uerso l'inclinazione fa sempre acuti, & percio minori di due retti,



DEMOSTR.

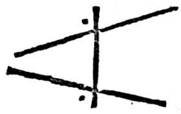
Perche se ambedue acuti non fossero la inclinazione non sarebbe angoli acuti.

Ma dimostrato già si é, che l'inclinazione delle linee fa angoli acuti.

Adunque una retta linea, due rette linee inclinate, ambedue per oblico intersecã te, i due angoli intrinseci uerso l'inclinazione fa sempre acuti, & percio minori di due retti, perche ogni acuto e minore di ogni rètto.

PROPOS. IX.

Vna retta linea, due rette linee inclinate,



ambe due per oblico interse- cante, perche fa i due angoli intrinseci verso l'inclinazione sempre acuti, e minori di due retti farà anche i due estrinseci loro contraposti sempre ottusi, e perciò maggiori di due retti.

DEMOSTR.

Perche se ambedue gli estrinseci non facesse sempre ottusi, ne anche i due intrinseci farebbe sempre acuti.

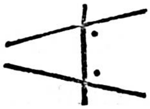
Ma dimostrato per la precedente si è che i due intrinseci verso l'inclinazione, sono sempre acuti. farà anche i due estrinseci loro cōtraposti ottusi, e percio, maggiori di due retti.

Adunque una retta linea due rette linee inclinate ambedue per oblico intersecante, perche fa i due angoli intrinseci verso l'inclinazione sempre acuti, e minori

di due

di due retti, farà anche i due estrinseci lor contraposti ottusi, e percio maggiori di due retti.

PROPOS. X.



Vna retta linea, due rette linee inclinate, ambedue per oblico intersecãte, pche fa i due angoli estrinseci uerso la inclinazione sempre ottusi, farà anche i due intrinseci uerso l'appertura, loro coalterni, e ottusi, e con loro eguali, e maggiori di due retti.

DEMOSTR.

Perche se i due intrinseci uerso l'apertura, che sono a i due estrinseci detti coalterni, non fossero, e ottusi, e con loro eguali, gli angoli coalterni non sarebbono fra loro vguali.

Ma dimostrato già si è, che gli angoli coalter sono sempre trà loro vguali.

Adunque vna retta linea, due rette linee inclinante ambedue per oblico interse-

cante,

cante, perche fa i due angoli estrinseci verso l'inclinazione sempre ottusi, farà anche i due instrinseci uerso l'apertura, loro coalterni, sempre ottusi e con loro eguali e percio maggiori di due retti.

PROPOS XI.

Vna retta linea, due rette linee inclinate

ambedue per oblico intersecante, perche fa due angoli intrinseci verso l'apertura sempre ottusi, e percio maggiori di due retti fa anche i due estrinseci loro contraposti sempre acuti, e percio minori di due retti.

DEMOSTR.

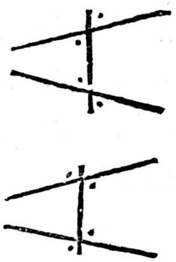
Perche se sempre acuti non gli facesse, i contraposti, non sarebbono l'uno acuto, e l'altro ottuso.

Ma dimostrato già si è, che i due angoli contraposti l'uno é acuto, e l'altro ottuso, e qui ambo gli intrinseci uerso l'appertura si sono dimostrati ottusi.

Adun-

Adunque vna retta linea, due rette linee inclinate, ambedue per oblico interſecante, perche fa i due angoli intrinſeci uerſo l'apertura ſempre ottuſi e percio maggiori di due retti, ſara anche i due eſtrinſeci loro contrapoſti, ſempre acuti, e perciò minori di due retti.

PROPOS. XII.



Vna retta linea, due rette linee inclinate ambedue per oblico interſecante perche fa i quattro angoli acuti due intrinſeci, e due eſtrinſeci minori di quattro retti, e i quattro ottuſi due eſtrinſeci e due ītrinſeci maggiori di quattro retti; niuno di loro ſara retto, ma tutti otto inſieme preſi, ſaranno vguali ad otto retti.

DEMOSTR.

Perche ſe tutti otto, inſieme preſi, vguali non foſſero ad otto retti, ne i quattro acuti ſarieno minori di quattro retti, ne i

quattro

quattro ottusi maggiori di due retti,

Ma ciò per le precedenti dimostrato si é.

Adunque vna retta linea, due rette linee, ambedue per oblico intersecante, perche fa i quattro angoli acuti minori di quattro retti, e i quattro ottusi maggiori di quattro retti, niuno di loro sara retto, ma tutti otto insieme presi, saranno vguali ad otto retti.

Per le demostrazioni, che per cagione della diuersità della intersezione à piombo, e oblica, non sono potute venir fatte continuate; ne anche la risoluzion loro verso i principi non si può far continuata.

JL FINE.

NVOVA

GEOMETRIA DI FRANCESCO PATRICI.

De' Triangoli Rettilinei.

LIBRO XV.

CONDOTTO a fine il trattamento de tre principi, della nostra Geometria, Punti, linee, & Angoli; e di tutte quelle proprietà loro che da ragione e dalla lor natura medesima guidati, habbiamo potuto ritrouare. Segue ora che ragionamento per noi si tenga, del prĩcipio quarto, che fu la superficie, ouer figura; la quale gli antichi diffinirono.

Figura è ciò, che da alcuno, o da alcuni termini é contenuto.

Rettilinee figure sono quelle, che da rette linee sono contenute.

Ma noi diciamo conforme a principi da prima da noi posti.

Superficie, ouer figura, é spazio lungo e largo chiuso.

E ciò, o da linea torta, o torte, o da linee rette, o da rette e torte.

Ma delle torte piu innanzi si hauera a trattare, e delle composte.

Ora fauelliamo delle figure da rette linee contenute. e percio, chiamate figure rettilinee.

Nel qual genere, non potendosi figura o spazio, da una, ne da due rette linee formar, ne chiudere; la prima, e piu sempli ce sarà quella, che da tre linee rette sara chiusa.

E questa da gli antichi e da noi Triangolo è chiamato. Del quale, essi non po-

che con-

che contemplazioni fecciono.

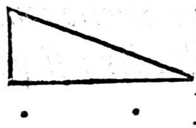
Ma noi, e più in numero, e più ordinate, e piu concatenate, ne faremo.

E cominciamo da punti commune principio, e delle linee, e de gli angoli, e delle ſuperficie, e de corpi.

Peròche ſi come due punti formarono la linea, e i tre punti formarono l'angolo, coſi i tre punti ſteſsi la prima ſuperficie formeranno. E cio faccianci a dimoſtrare.

PROPOS. I.

Se tre punti ſaranno, indiſparte, e non per diritto nello ſpazio ſegnati, dall'uno all'altro una retta linea ſi potrà ſegnare.



DEMOSTR.

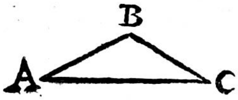
Perche ſe dall'uno all'altro, retta linea ſegnar non ſi poteſſe, due punti linea non conterrebbono.

Ma dimoſtrato già fu, che due punti nello ſpazio poſti, e non toccantiſi, linea conteniano.

Adunque se tre punti saranno in disparte nello spazio segnati, dall'uno all'altro, retta linea si potrà segnare.

PROPOS. II.

Tre punti in disparte nello spazio segnati, perche dall'uno all'altro, retta linea si puo segnare, a ciascuno di essi due rette linee si giugneranno.



DEMOSTR.

Perche se a ciascuno de tre punti, due rette linee non si giugnessero, ne anche una retta linea, dall'uno all'all'altro si potria segnare.

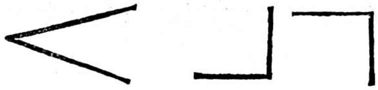
Ma dimostrato per la precedente si è, che dall'uno all'altro retta linea si puo segnare.

Adunque a tre punti, in disparte nello spazio segnati, perche dall'uno all'altro retta linea si puo segnare, a ciascuno di essi, due rette linee si giungeranno.

PRO-

PROPOS. III.

Ad ogni vno de tre punti in disparte nello spazio segnati, per che due rette linee si congiungono, fra esse e'l punto vn angolo si forma.



DEMOSTR.

Perche se fra esse, e'l punto, un angolo non si formasse, ne anco ad ogni vno de tre punti, due rette linee si congiungeriano. Ne l'angolo saria lo spazio fra due linee, e'l toccamento lor compreso.

Ma dimostrato per l'antecedente si è, che a ciascuno de tre punti due rette linee si congiungono. e già si dimostrò l'angolo essere lo spaziò fra due linee, e'l toccamento lor compreso.

Adunque perche ad ogni vno de tre punti in disparte nello spazio segnati, due rette linee si congiungono, fra esse e'l punto vn'angolo si forma.

PROPOS. IV.

Ad ogni vno de tre pūti, perche fra esso e le due linee vn angolo si forma, tre angoli in tutto ui si formano

DEMOSTR.

Perche se tre angoli non ui si formassero, ne anche fra ogni punto e le due linee, vn angolo si formerebbe.

Ma dimostrato per la precedente si è, che fra ogni punto, e le due linee vn angolo si forma.

Adunque ad ogni vno de tre punti, perche fra esso, e le due linee, vn angolo si forma: tre angoli fra loro formano.

PROPOS. V.

A tre punti, in disparte nello spazio segnati, perche ad ogni uno di essi, e le due linee vn angolo si forma, e percio tre angoli si formano da tre linee, a i tre punti congiunte, essi si formano.

DEMOSTR.

Perche se da tre linee, a i tre punti congiunte, i tre

te, i tre angoli non ſi formaſſero, ne anco i tre angoli non ui ſi formerebbono.

Ma dimoſtrato per la precedente ſi é, che fra loro, tre angoli ſi formano.

Adunque da tre pũti in diſparte nello ſpazio ſegnati, perche fra ogni vno di eſſi, e le due linee vn angolo ſi forma, e e percio tre angoli ſi formano: da tre linee, a i tre punti congiunte, eſsi ſi formano.

PROPOS. VI.

A tre punti in diſparte nello ſpazio ſegnati, perche da tre linee lor cõgiunte, tre angoli ſi formano; fra tre punti, e le tre linee, e i tre angoli, ſpazio ſarà chiuſo.

DEMOSTR.

Perche ſe ſpazio fra lor non foſſe chiuſo, ne anche le tre linee, a i tre punti ſi congiungerebbono, ne tre angoli ui ſi formerebbono.

Ma dimoſtrato per la precedente ſi è, che le

tre linee, a i tre punti si congiungono, e tre angoli formano.

Adunque a tre punti, in disparte nello spazio segnati, perche da tre linee lor congiunte, tre angoli si formano, fra i tre punti e le tre linee, e i tre angoli spazio sara chiuso.

PROPOS. VII.

Fra tre punti, e tre linee, e tre angoli, per che spazio è chiuso, esso per le linee sara spazio largo, e pero superficie, e figura.

DEMOSTR.

Perche se lo spazio chiuso, non fosse lungo, e largo, ne da tre linee, ne da tre angoli sarebbe chiuso.

Ma dimostrato per la precedente si è, che da tre linee, e da tre angoli è chiuso, e già fu dimostrato, che le linee sono lunghe, e gli angoli lunghi e larghi.

Adunque fra tre punti, e tre linee, e tre angoli, perche spazio è chiuso, esso per le linee sa-

nee sa-

nee sarà spazio lungo; e per gli angoli sa rà spazio largo. e però superficie, e figura.

La qual figura o superficie, per li tre angoli ch'ella ha, fu da gli antichi triangolo nominata.

E le tre linee chiudẽtila, nominarono lati.

PROPOS. VIII.

Ogni triangolo, perche è figura chiusa da tre punti, da tre linee, e da tre angoli, ad ogni lato, vn'angolo ha opposto.

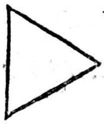
DEMOSTR.

Perche se ad ogni lato, vn angolo opposto non hauesse, figura chiusa da tre punti, da tre linee, e da tre angoli non sarebbe.

Ma dimostrato per la precedente si è, che il triangolo è figura chiusa da tre punti, da tre linee, e da tre angoli.

Adunque ogni triangolo, perche è figura chiusa da tre punti, e da tre linee, e da tre angoli, ad ogni lato, vn angolo ha opposto.

PROPOS. IX.
CONVERSA

Ogni triangolo, da tre punti, da tre linee e da tre angoli chiuſo, perche ad o-

gni lato, un'angolo ha oppoſto, eziã dio per conuerſo, ad ogni angolo, ha un lato oppoſto.

PROPOS. X.

Ogni triãgolo, da tre punti, da tre linee, e da tre angoli chiuſo, ꝑche ad ogni lato ha vn'angolo, e ad ogni angolo ha vn lato oppoſto: ſe hauerà i tre punti l'vn da l'altro equidiſtãti, hauerà anco i tre lati loro oppoſti tutti tra loro vguali.

DEMOSTR.

Perche ſe i tre lati oppoſti a i tre punti a quali ſono gli angoli, non haueſſe vguali, ne i tre punti ſarieno equidiſtanti, ne haueria ad ogni lato un'angolo, ne ad ogni angolo vn lato oppoſto.

Me per lo ſuppoſto i tre punti ſono equidiſtanti, e dimoſtrato per le precedenti ſi è,

che

che ad ogni lato vn angolo, e ad ogni angolo vn lato é opposto.

Adunque il triangolo, che ha i tre punti, a quali e i lati si congiungono, e sono gli angoli tutti equidistanti, hauera anche i tre lati loro opposti tutti fra loro vguali.

E percio il cosi fatto triãgolo fu detto Equilatero. PROPOS XI.

CONVERSA.

Il triangolo equilatero perche ha i tre lati vguali, ha anche i tre punti, a i quali sono gli angoli, tutti equidistanti.

PROPOS. XII.

Il triangolo equilatero perche ha i tre lati tutti tra loro vguali, hauera anche i tre opposti angoli, che ai tre punti sono tutti tra loro vguali.

DEMOSTR.

Perche se i tre opposti angoli, che a i tre pũti sono, nõ fossero tutti fra loro vguali, ne anche i tre lati opposti a i tre angoli, che a i tre pũti sono, hauerebbe fra lor vguali

Ma dimostrato per la precedente si é, che il triangolo equilatero ha i tre lati opposti ai tre angoli, tutti tra loro vguali. Adunque il triangolo equilatero perche ha i tre lati, ai tre punti equidistanti opposti tutti tra loro vguali, hauera anche i tre angoli opposti ai tre vguali lati, tra loro vguali.

CORELARIO

Adunque il triangolo equilàtero hauerà e i tre punti equidistanti, e i tre lati tra loro vguali; e i tre angoli anche tra loro vguali, e si dirà essere, & equilatero, & equiangolo.

PROPOS. XIII.

Il triangolo equilatero, perche ha ei tre punti equidistanti, e i tre lati vguali, e i tre angoli parimente vguali; quel tringolo, che non i tre, ma i due punti hauerà equidistanti, non sarà equilatero, ma hauerà solo due lati vguali.

DE-

DEMOSTR.

Perche, se hauendo i due punti al terzo equidistanti, non hauesse i due lati vguali: ne anche tre punti equidistanti, farieno tre lati vguali.

Ma dimostrato per la precedẽte s'è, che i tre pũti equidistanti fanno i tre lati vguali.

Adunque il triangolo equilatero, perche ha i tre punti equidistanti, quello che non hauera i tre, ma i due punti al terzo equidistanti, non sara equilatero, ma hauera solo due lati vguali.

E questo tale triangolo, gli antichi nominarono isoscele, & equicrure.

PROPOS. XIIII.

Il triangolo equicrure, perche ha due lati fra loro vguali, hauerà anco i due angoli loro opposti fra loro vguali.

DEMOSTR.

Perche se i due angoli opposti a i due lati vguali, non hauesse vguali, ne anche i lati loro opposti haueria vguali.

Ma

Ma dimostrato per la precedete si é, ch'egli ha due lati vguali, e per l'antecedente su dimostrato, che angoli vguali, a lati vguali erano opposti.

Adunque il triangolo equicrure, perche ha due lati tra loro vguali, hauera anco i due angoli loro opposti fra loro vguali.

E questa é la V. di Euclide.

PROPOS. XV.

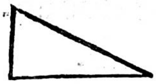
CONVERSA

Il triangolo che hauera due angoli fra loro vguali, hauera anco i due lati opposti tra loro vguali.

Et è la VI. di Euclide.

PROPOS. XVI.

I triangoli, equilatero, & equicrure perche per la equidistanza de punti sono tali, quel triangolo,



che non hauerà niuno de punti equidistanti, non hauera ne anche niuno de lati all'altro vguale.

DEMOSTR.

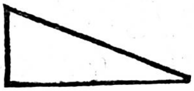
Perche se hauesse alcun lato all'altro equale, o equicrure sarebbe, o equilatero.

Ma dimostrato per le precedenti si é, che i tali hanno, o i tre, o i due punti equidistanti, e qui niuno è equidistante.

Adunque il triangolo, che niuno de tre punti ha equidistanti, non hauera ne anche niuno de tre lati vguale all'altro.

E questo triangolo da gli antichi fu dimandato Scaleno.

PROPOS. XVII.



Il triangolo Scaleno, perche non ha niuno de tre lati all'altro vguale nõ hauera anco niuno de gli angoli loro opposti, all'altro vguale.

DEMOSTR.

Perche se alcun angolo hauesse vguale, anche alcũ lato haurebbe all'altro vguale.

Ma per la precedente dimostrato si é, ch'egli non ha niun lato, all'altro vguale.

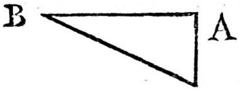
Adun-

Adunque il triangolo Scaleno, perche non ha niuno de tre lati all'altro vguale, nõ hauera ne anco niun angolo all'altro vguale.

E coſi delle tre ſpezie del triangolo, uiene dimoſtrato, quello che gli antichi, come principÿ ſuppoſero.

PROPOS. XVIII.

In ogni triangolo, perche à ciaſcun lato, vn angolo è oppoſto; al minor lato A il minor angolo B ſarà oppoſto.



DEMOSTR.

Perche ſe il minor lato A, non foſſe al minor angolo B, oppoſto, ne anche i lati vguali, ſarebbono a gli angoli vguali, oppoſti.

Ma dimoſtrato per le antecedenti ſi é, che a lati vguali, angoli vguali ſono oppoſti.

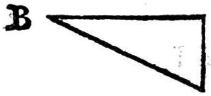
Adunque in ogni Triangolo, perche a ciaſcun lato vn'angolo è oppoſto, al minor lato, il minor angolo è oppoſto.

PRO-

PROPOS. XIX.

CONVERSA

In ogni triangolo oue al minor lato il minor angolo è opposto sara anche per conuerso al

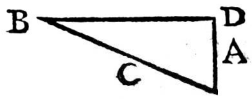


minor angolo B il minor lato A, opposto.

PROPOS. XX.

LA 18 DI EVCLIDE IN PARTE.

Ogni triangolo, che ha il minor lato al minor angolo opposto: hauera anco il maggior lato C, al maggior ango



lo D opposto.

DEMOSTR.

Perche se il maggior lato C non hauesse al maggior angolo D opposto, ne anche il minor lato A nō hauerebbe al minor angolo B opposto,

Ma dimostrato per la precedente si é, che il minor lato A al minor angolo B é opposto.

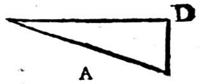
 Adun-

Adunque ogni triangolo, che ha il minor angolo, al minor lato opposto, hauera anco, il maggior lato, al maggior angolo opposto.

PROPOS. XXI.

CONVER A

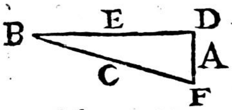
Ogni triangolo, che hauera il maggior là to al maggior angolo opposto, hauera ancho al maggior angolo D, il maggior lato A opposto.



Et è questa, la XIX di Euclide.

PROPOS. XXII.

Ogni triangolo, che il minore A el maggiore C lati, ha al minore B, e maggior angoli D opposti, hauerà anco il lato E tra'l minore, e'l maggior mezzano opposto all'angolo F tra'l minore, e'l maggiore, mezzano opposto.



DEMOSTR.

Perche se cosi non l'hauesse ne anche haue-

rebbe

rebbe il minore, e'l maggior lati al mino re e maggior angoli oppoſti.

Ma dimoſtrato per le antecedenti ſi é, che il minore, e maggior lati, al minore e maggior angoli ſono oppoſti, e per cõuerſo

Adunque ogni triangolo, che il minor e'l maggior lati, ha al minore, e maggior angoli oppoſti; hauera anche il lato, tra-el minore, e'l maggior mezzano, oppoſto all'angolo tra'l minore, e'l maggiore mezzano,

PROPOS. XXIII.

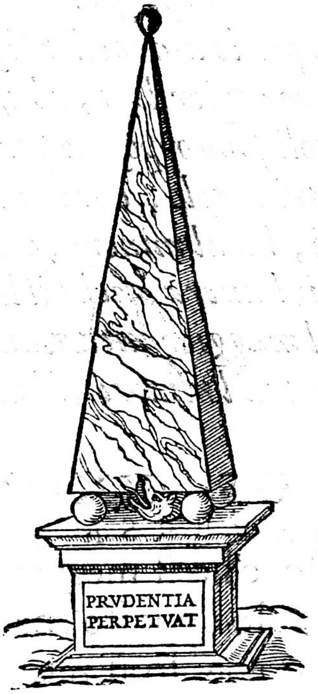
CONVERSA.

Ogni triangolo c'ha il mezzan lato al mezzano angolo oppoſto, hauerà anco il mezzano angolo al mezzan lato oppoſto.

CORELARIO

Dalle coſe dimoſtrate, per neceſsità conſegue, ch'ogni triangolo, ha i lati a gli oppoſti angoli, e gli angoli a lati oppoſti, corriſpondenti, e proporzionati.

IL FINE.



IN FERRARA,

Appresso Vittorio Baldini,

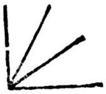
Stampator Ducale. 1587.

Con licenza dei Superiori.

Errori occorsi nello stampare

O inclinanti sarebbono, ò rifuggenti.

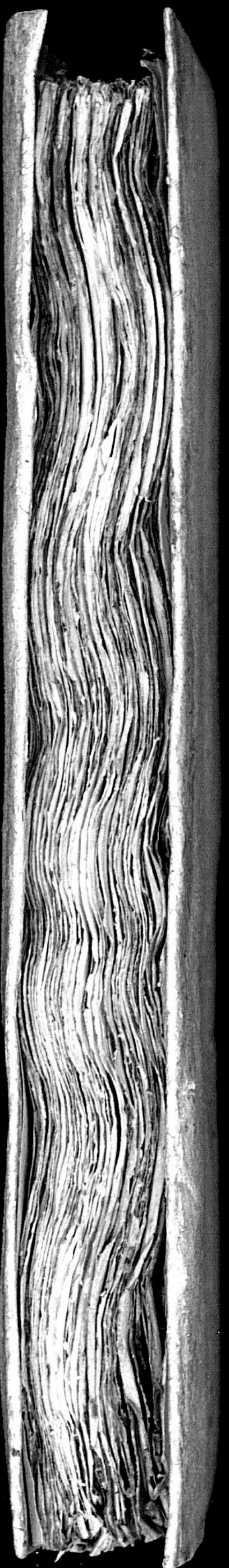
Libro IX. fol. 111. Prop. 6. e fol. 112. Pro. 7.

fol. 113. Prop. 8. 

Lib. X. f. 120. nelle tre figure le linee si congiungano.

121. *si congiungano anco nella Prop.* 2. 3. 5. 7.
10. 11. 12.
128. *Prop.* 13. *cosi la* 14. *la* 15. *la* 16. *e la* 17.
137. *Prop.* 2. *e la* 3. *pur si cõgiũgano*
141. *Prop.* 7.

Lib. XI. le cadenti, che non toccano le suttese hanno à toccarle.

4R 3190

Del
Padre